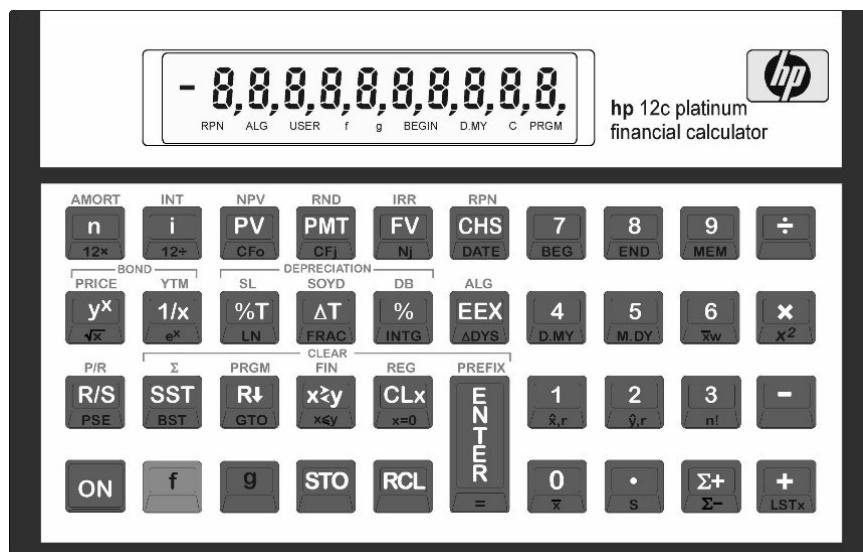




HP12C



HP12C Platinum



Matemática Financeira Básica

Luiz Cláudio Vieira



Conteúdo

1	Introdução	3
1.1	Teclado e visor	3
1.1.1	Teclado	3
1.1.2	Visor	3
1.1.3	Representação dos Números na HP12C	4
1.1.4	Digitando números na calculadora	5
1.1.5	Ajustando a apresentação dos valores numéricos	5
1.2	Cálculos comuns	7
1.2.1	Cálculos em Sequência	7
1.3	Funções Matemáticas adicionais	9
1.4	Funções de porcentagem e calendário	13
1.4.1	Funções de Porcentagem	13
1.4.2	Funções de calendário	15
1.5	Registradores de armazenamento: (STO) e (RCL)	18
2	Recursos para Cálculos Financeiros	23
2.1	Conceitos Financeiros Básicos - Revisão	23
2.1.1	Capital	23
2.1.2	Juros	23
2.1.3	Taxa de juros	24
2.2	Sistemas de Capitalização	24
2.2.1	Capitalização com Juros Simples	24
2.2.2	Capitalização com Juros compostos	26
2.3	Conceito de Cálculo Financeiro na HP12C	27
2.3.1	As Teclas Financeiras e os Registradores Financeiros	28
2.4	Juros Simples: (f) (INT)	28
2.4.1	Para um Novo Cálculo	Erro! Indicador não definido.
2.5	Juros Compostos	32
2.6	Cálculos Financeiros Adicionais	36
2.6.1	Amortização	36
2.7	Fluxo de Caixa Descontado: (f) (NPV) e (f) (IRR)	42
2.7.1	Conceito de Fluxo de Caixa Descontado na HP12C	42
2.8	Organizando e Armazenando: (g) (CFo) , (g) (CFi) e (g) (Nj)	43
2.8.1	A mecânica do Armazenamento dos Fluxos de Caixa	46
2.8.2	Visualizando os fluxos e o conteúdo de # Fluxo: (RCL) (g) (CFi) e (RCL) (g) (Nj)	48
2.8.3	Disponibilidade de Registradores Numerados: (g) (MEM)	49
3	Cálculos Estatísticos na HP12C	51
3.1.1	Compondo os dados estatísticos: (Σ+)	51
3.2	Corrigindo erros: (g) (Σ-)	54
3.3	Ferramentas para Estatística	56
3.3.1	Média: (g) (x̄)	60
3.3.2	Desvio Padrão: (g) (S)	61
3.3.3	Estimativas Lineares: (g) (x̂.r) e (g) (ŷ.r)	62
3.3.4	Média Ponderada: (g) (x̄w)	64



1 Introdução

1.1 Teclado e visor

1.1.1 Teclado



Cada tecla da HP12C tem uma, duas ou três ações associadas. Por exemplo, na tecla $\Delta\%$ temos a inscrição **FRAC** e, acima da tecla, **SOYD**. Assim:

- para utilizar $\Delta\%$ (variação percentual), utiliza-se a tecla $\Delta\%$ diretamente
- para utilizar S.O.Y.D. pressiona-se **f** $\Delta\%$, representada por **f** **SOYD**
- para se utilizar FRAC (fracionário). pressiona-se **g** $\Delta\%$, representada por **g** **FRAC**

As teclas **f** e **g** - teclas de prefixo - ativam o recurso equivalente à sua cor, com exceção das próprias teclas **f** e **g**, a tecla **ON** e as sequências:

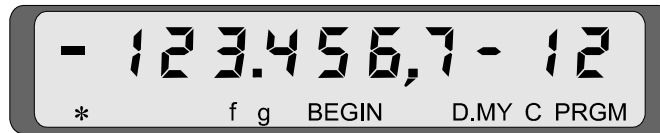
1.1.2 Visor

O visor da HP12C permite a apresentação de quatro tipos básicos de informação:

- valores numéricos - são geralmente apresentados na utilização normal da calculadora;



- passos de programa - códigos equivalentes aos passos de programa armazenados na memória;
- indicadores - símbolos presentes no visor que indicam o modo de operação atual.
- mensagens do sistema - são informações sobre erros de operação, condições ou resultados especiais



Os símbolos relativos aos indicadores de estado de operação da calculadora estão representados na figura acima e têm o seguinte significado:

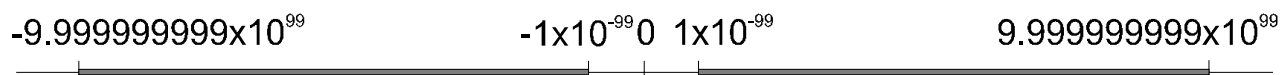
Indicador	Significado
f	a tecla f foi pressionada; pode ser cancelada com f ^{CLEAR} PREFIX
g	a tecla g foi pressionada; pode ser cancelada com f ^{CLEAR} PREFIX
BEGIN	pagamentos no início dos períodos de composição está ativa
D.MY	datas: formato dia.mêsano (D.MY) está ativo
C	juros compostos em períodos fracionários; STO EEX desativa ou ativa
PRGM	modo de programação; f P/R retorna ao modo normal
*	piscando, indica bateria fraca; deve(m) ser substituída(s)

Na HP12C Platinum estão presentes os seguintes anunciadores adicionais:

RPN	modo RPN ativado; este é considerado o modo de operação padrão da HP12C Platinum; a seqüência f ALG permite ativar o modo algébrico e desativar o anunciador RPN .
ALG	modo algébrico ativado; este é o modo alternativo de operação da HP12C Platinum; a seqüência f RPN permite ativar o modo RPN e desativar o anunciador ALG .

1.1.3 Representação dos Números na HP12C

Os valores numéricos na HP12C são compostos de uma parte significativa (mantissa) com dez dígitos, entre 0 e 9.999999999, positiva ou negativa, e um expoente de dez com dois dígitos, entre 0 e 99, também positivo ou negativo. No gráfico abaixo, as faixas em tom cinza no gráfico abaixo representam os intervalos que contêm os números que podem ser utilizados na HP12C.



1.1.4 Digitando números na calculadora

Quando a HP12C está no modo normal, as teclas utilizadas para introdução de valores numéricos são:

0 ... 9	teclas de introdução numérica; pressionar qualquer uma dessas teclas diretamente faz surgir o caracter equivalente no visor; podem ser utilizadas na introdução da mantissa ou do expoente de dez
.	separador decimal - acrescenta à MANTISSA o separador decimal em vigor. Os números digitados após a tecla . comporão a parte fracionária do valor introduzido
EE	Enter EX ponent - entrar expoente de dez - os valores digitados após EE farão parte do expoente de dez do número digitado
CHS	CH ange S ignal - Troca Sinal ^(*) - Pode inverter o sinal do número apresentado no visor - positivo para negativo e vice-versa - ou de algum valor sendo introduzido. Nesse caso, durante a digitação, tanto a mantissa quanto o expoente podem ter seus sinais trocados
CLx	CL ear x -contents - Apaga o conteúdo do registrador X (visor) - substitui o número apresentado no visor por 0.00.

Visualização da mantissa

A sequência **f** **CLEAR** **PREFIX** também permite visualizar a mantissa do número presente no visor (modo RUN). enquanto a tecla **ENTER** (**PREFIX**) for mantida pressionada. Quando **ENTER** é liberada, o visor retorna à condição anterior (a mantissa é apresentada por mais um segundo).

Se a calculadora estiver no modo de programação, **f** **CLEAR** **PREFIX** somente cancela a ação de qualquer sequência parcial ou prefixo (**STO**), **RCL**, **f** ou **g**).

1.1.5 Ajustando a apresentação dos valores numéricos

Separador fracionário

No Brasil e em outros países, as partes fracionária e inteira dos números são separadas por VÍRGULA, e os milhares (cada três dígitos) da parte inteira são



separados por PONTO. Nos Estados Unidos os sistema adotado é oposto: o separador decimal utilizado é o PONTO, e a VÍRGULA separa os milhares. Assim, o número 123,05 é expresso como 123.05 nos EUA. A HP12C pode utilizar qualquer um deles.

Para alterar entre esses formatos:

- certifique-se de que a calculadora esteja desligada;
- pressione a tecla $\square \bullet$ e mantenha pressionada;
- mantendo a tecla $\square \bullet$ pressionada, ligue a calculadora;
- libere a tecla $\square \bullet$.

Casas decimais

O padrão para valores monetários (e também para a HP12C) prevê números com duas casas após a vírgula. Por exemplo, se o valor R\$123 é introduzido na HP12C, ele é apresentado no visor da seguinte forma:

Introduza	Pressione	Visor
123	$\square \text{ENTER}$	123,00



Na HP12C é possível alterar a quantidade de dígitos após a vírgula com a sequência:

$\square \text{f}$ tecla numérica

onde *tecla numérica* é qualquer tecla de $\square 0$ a $\square 9$. Observe a seguir o valor $1/(0,3)$ em diversas formas de apresentação.

Introduza	Pressione	Visor
$\square \bullet 3$	$\square 1/x$	3,33
	$\square \text{f} \square 0$	3,
	$\square \text{f} \square 2$	3,33
	$\square \text{f} \square 9$	3,3333333333
	$\square \text{f} \square \bullet (*)$	3,3333333 00
	$\square \text{f} \square 2$	3,33



(*)   é utilizada para apresentação de números no formato científico, com mantissa e expoente de dez.

1.2 Cálculos comuns

Os cálculos comuns na HP12C são efetuados a partir de um procedimento simples, como se utiliza com papel e lápis. Por exemplo, para calcular $2 \times 1,7 - 2,3$, faríamos o seguinte:

$$\begin{array}{r} 1,7 \\ \times 2 \\ \hline 3,4 \\ - 2,3 \\ \hline 1,1 \end{array}$$

Na HP12C teríamos:

Introduza	Pressione	Visor
1.7	ENTER	1,70
2	x	3,40
2.3	-	1,10

A tecla **ENTER** é utilizada para separar dois valores numéricos introduzidos em sequência. Se **ENTER** não fosse pressionada no exemplo acima, o valor digitado seria 1,72. Após a introdução dos números, pressiona-se a tecla para o cálculo.

1.2.1 Cálculos em Sequência

Os exemplos a seguir ilustram a capacidade da HP12C para utilizar resultados intermediários sem a necessidade de reintrodução ou armazenamento em memória auxiliar.

1) $(3 + 4) \times (5 + 6)$

Solução:



	Introduza	Pressione	Visor
1)	3	ENTER	3,00
2)	4	+	7,00
3)	5	ENTER	5,00
4)	6	+	11,00
5)		x	77,00

O resultado intermediário 7.00 (linha 2) não precisou ser armazenado temporariamente; continua-se o cálculo e nas linhas 3 e 4 obtém-se o segundo resultado (11.00). Na linha 5, a tecla **x** multiplica o resultado anterior (obtido na linha 2) com o valor no visor, resultando em 77.00.

$$2) \frac{(27 - 14)}{(14 + 38)}$$

Solução:

	Introduza	Pressione	Visor
	27	ENTER	27,00
	14	-	13,00
	14	ENTER	14,00
	38	+	52,00
		÷	0,25

$$3) \frac{5}{3 + 16 + 21}$$

Solução:

	Introduza	Pressione	Visor
1)	5	ENTER	5,00
2)	3	ENTER	3,00
3)	16	+	19,00
4)	21	+	40,00
5)		÷	0,13



De uma forma geral, é seguro manter e utilizar um resultado intermediário e iniciar um novo cálculo completo, como nos exemplos acima. Em todos eles, a tecla **ENTER** foi utilizada duas vezes, pois tivemos que iniciar dois cálculos distintos. Observe o exemplo a seguir.

$$4) \frac{8 - 3}{3 + 16 + 21}$$

Solução: A sequência prevê 8 **ENTER** 3 **-** no lugar de 5 **ENTER** (linha 1). O restante seria o mesmo. Assim, a sequência 5 **ENTER** 3 **ENTER** fica menos estranha.

	Introduza	Pressione	Visor
1)	8	ENTER	8,00
2)	3	-	5,00
3)	3	ENTER	3,00
4)	16	+	19,00
5)	21	+	40,00
6)		÷	0,13

1.3 Funções Matemáticas adicionais

As seguintes funções matemáticas também estão disponíveis na HP12C:

Tecla	Descrição
y^x	Potência: devolve y elevado a x
1/x	Recíproco ou inverso
g √x	devolve a raiz quadrada de x
g e^x	devolve e (2,718281828) elevado a x
g LN	devolve o logaritmo natural (neperiano) de x

Existem operações matemáticas que são aplicadas a um único valor numérico, como por exemplo o cálculo do recíproco ou inverso (1/x). Para se obter o resultado a esse tipo de cálculo diretamente pelo teclado basta digitar o valor e pressionar a tecla equivalente à operação desejada (não se utiliza **ENTER**). As funções da HP12C que se enquadram nessa categoria são acessíveis pelas teclas **1/x**, **g** **√x**, **g** **e^x** e **g** **LN** e estão apresentadas no quadro anterior.



1) $\frac{1}{7}$

Introduza	Pressione	Visor
7	$\frac{1}{x}$	0,14

2) $\sqrt{8}$

Introduza	Pressione	Visor
8	\sqrt{x}	2,83

3) e^3

Introduza	Pressione	Visor
3	e^x	20,09

4) LN(5)

Introduza	Pressione	Visor
5	LN	1,61

Quanto à função LN, é importante mencionar (e lembrar) que o logaritmo em qualquer base pode ser calculado quando se conhece os logaritmos em outra base. Em resumo:

$$\log_b^a = \frac{\log_c^a}{\log_c^b} \quad \text{ou ainda:} \quad \log_b^a = \frac{\log(a)}{\log(b)} \quad \text{ou mesmo:} \quad \log_b^a = \frac{\ln(a)}{\ln(b)}$$

Assim, para calcular o logaritmo de um valor em outra base, podemos utilizar a propriedade acima.

4) LOG_{10}^{100} (ou LOG^{100})



Introduza	Pressione	Visor
100	g LN	4,61
10	g LN	2,30
	÷	2,00
	f CLR(PREFIX)	2000000000

A HP12C tem cinco funções matemáticas que utilizam dois valores numéricos: $(+)$, $(-)$, (\times) , (\div) e (y^x) . Para todas elas a utilização pelo teclado é sempre a mesma: operando **(ENTER)** operando (operação). As quatro operações básicas já foram ilustradas acima; vamos conhecer a potenciação.

Para a potenciação, a base deve ser fornecida primeiro e depois o expoente. Como a tecla associada à potenciação tem a inscrição (y^x) , então introduzimos y primeiro e depois x. Observe a tabela e acompanhe os exemplos a seguir.

Introduza	Pressione	Visor
y	(ENTER)	valor de y
x	(y^x)	y^x

1) 3^4

Solução:

Introduza	Pressione	Visor
3	(ENTER)	3,00
4	(y^x)	81,00

2) $5^{2.4}$

Solução:

Introduza	Pressione	Visor
5	(ENTER)	5,00
2.4	(y^x)	47,59

O recíproco (ou inverso) em conjunto com a potenciação permite cálculos de raízes em diversas bases. Pela propriedade das potências, temos que:

$$\sqrt[a]{b} = b^{\frac{1}{a}}$$



Como o cálculo da potência admite argumentos genéricos, o expoente pode ser um valor numérico qualquer, inclusive negativo. Nesse caso, temos:

$$\frac{1}{b^a} = b^{-a} \text{ e também: } \frac{1}{\sqrt[a]{b}} = b^{-\frac{1}{a}}$$

Para ilustrar, vamos calcular $1/\sqrt[2]{5}$, que deverá ser exatamente igual a $5^{(-1/2)}$. Observe a sequência a seguir.

Introduza	Pressione	Visor
5	ENTER	5,00
2	CHS $\frac{1}{x}$	- 0,50
	y^x	0,45
5	g \sqrt{x}	2,24
	$\frac{1}{x}$	0,45
	f CLR PREFIX	4472 135956

Uma diferença de 0,0000000001, ou 1×10^{-10} . Para ilustrar o método, siga os exemplos abaixo.

1) $\sqrt[3]{8}$

Introduza	Pressione	Visor
8	ENTER	8,00
3	$\frac{1}{x}$	0,33
	y^x	2,00
	f CLR PREFIX	2000000000

2) $\sqrt[5]{243}$

Introduza	Pressione	Visor
243	ENTER	243,00
5	$\frac{1}{x}$	0,20
	y^x	3,00



$$3) \sqrt[2.3]{6}$$

Introduza	Pressione	Visor
6	ENTER	6,00
2.3	$\frac{1}{x}$	0,43
	y^x	2,18
	f CLR PREFIX	2 179348233

1.4 Funções de porcentagem e calendário

1.4.1 Funções de Porcentagem

Tecla	Significado
%T	percentual entre o total e uma parte desse total
Δ%	variação percentual entre dois valores
%	percentual de um total (percentual simples)

As expressões associadas a esses cálculos são:

$$\%T = 100 \times \frac{\text{montante}(x)}{\text{total}(y)}$$

$$\Delta\% = 100 \times \frac{\text{montante}(x) - \text{base}(y)}{\text{base}(y)}$$

$$\% = \frac{\text{base}(y) \times \text{taxa}(x)}{100}$$

Regra geral para uso das funções percentuais:

$$y \text{ **ENTER** } x \text{ (tecla_da_função)}$$



O primeiro valor (y) fica disponível para o restante do cálculo e as teclas $\boxed{+}$ ou $\boxed{-}$ permitem adicionar ou subtrair o percentual calculado ao valor da base.

1) Partindo-se de um montante (total) de R\$200.000,00, que percentual desse total representa a quantia de R\$150.000,00?

Resposta: 75% ($150000 = 75\%$ de 200000)

Introduza	Pressione	Visor
200000	$\boxed{\text{ENTER}}$	200,00
150000	$\boxed{\%T}$	75,00

2) Qual a diferença percentual entre R\$150,00 e R\$200,00?

Resposta: 33,33% ($200 = 150 + 33,33\%$)

Introduza	Pressione	Visor
150	$\boxed{\text{ENTER}}$	150,00
200	$\boxed{\Delta\%}$	33,33
	$\boxed{\text{f CLR PREFIX}}$	3333333333

3) Qual a diferença percentual entre R\$200,00 e R\$150,00?

Resposta: -25% ($150 = 200 - 25\%$)

Introduza	Pressione	Visor
200	$\boxed{\text{ENTER}}$	200,00
150	$\boxed{\Delta\%}$	-25,00

4) Qual a quantia que representa 45% de um total de R\$ 200,00?

Resposta: R\$ 90,00 ($90 = 45\%$ de 200)

Introduza	Pressione	Visor
200	$\boxed{\text{ENTER}}$	200,00
45	$\boxed{\%}$	90,00



5) Uma pequena empresa tem um capital estimado em R\$ 300.000,00. Um novo sócio aumentou o valor desse capital em 18%. Qual o valor da proposta do novo sócio e qual o capital atual da empresa?

Resposta: A parte do novo sócio é R\$54.000,00 (18% de R\$300.000,00)

Capital atual: R\$ 354.000,00 (R\$300,000 + R\$54,000);

Introduza	Pressione	Visor
300	ENTER	300,000,00
18	%	54,000,00
	+	354,000,00

Esse último exemplo ilustra a utilização do valor introduzido primeiro (y), que é mantido e pode ser adicionado ao percentual calculado sem reintrodução pelo teclado.

Diversos cálculos financeiros são baseados em datas e intervalos de dias, incluindo algumas funções da própria HP12C que utilizam datas como informação para cálculo. Para que esse tipo de informação seja facilmente manipulada pela calculadora, quatro funções que lidam com números representando datas estão disponíveis. Abaixo está uma breve descrição dessas funções e suas teclas associadas.

Tecla	Significado
g DATE	nova data, dadas uma data e número de dias (inclusive negativos ou zero)
g ΔDYS	número de dias entre duas datas
g D.MY	modo dd.mmyyyy para apresentação e interpretação de datas
g M.DY	modo mm.ddyyyy para apresentação e interpretação de datas

1.4.2 Funções de calendário

Na HP12C as datas são convertidas em valores numéricos. Considere:

dia | mês | ano | valor numérico na calculadora:



			D.MY	M.DY
dd	mm	yyyy	dd , mmyyyy	mm , ddyyyy

Por exemplo, qual o valor numérico que representa a data de 25 de Outubro de 2001?

dia	mês	ano	valor numérico na calculadora:	
			D.MY	M.DY
25	10	2001	25,102001	10,252001

E para 2 de Março de 1998?

dia	mês	ano	valor numérico na calculadora:	
			D.MY	M.DY
2	4	1998	2,041998	4,021998

As diferentes modalidades permitem que datas sejam codificadas e apresentadas de forma adequada aos mercados financeiros onde a HP12C é utilizada. Para a calculadora todos esses valores são números, devemos informar qual o formato utilizado para que sejam corretamente interpretados.

Introduza	Pressione	Visor
354	D.MY	354,00
	M.DY	354,00 ^{D.MY}
3.54	D.MY	3,54
	M.DY	3.54
	CLx	0,00 ^{D.MY}

D.MY fica ativo após **D.MY**, indicando o formato **dd , mmyyyy** para datas. **M.DY** desativa o anunciador **D.MY** e retorna ao formato **mm , ddyyyy**. Executar **M.DY** ou **D.MY** *não altera* nenhum valor armazenado em qualquer parte da memória da calculadora.

1) Fornecer a data de 25 de Outubro de 2001 nos formatos **M.DY** e **D.MY**



Introduza	Pressione	Visor
	g M.DY	354,00
10.252001	ENTER	10,25
	f CLR PREFIX	1025200 100
	g D.MY	10,25
25.102001	ENTER	25,10 <small>D.MY</small>
	f CLR PREFIX	25 10200 100 <small>D.MY</small>

1.4.2.1 Dias entre datas e cálculo de datas

Pode-se obter uma data a partir de uma data de referência e uma quantidade de dias.

1) Qual a data contada 90 dias a partir de 25 de Março de 2002?

Resposta: 23 de Junho de 2002, Domingo (visor: 23.06.2002 7)

Introduza	Pressione	Visor
	g D.MY	25,10
25.032002	ENTER	25,03 <small>D.MY</small>
90	g DATE	23.06.2002 7 <small>D.MY</small>
	g M.DY	23,06
3.252002	ENTER	3,25 <small>D.MY</small>
90	g DATE	6.23.2002 7

O resultado no visor, **23.06.2002 7**, é expresso em um formato especial: dia, mês e ano são separados, e o último dígito à direita indica o dia da semana, conforme a tabela a seguir.

Segunda-feira 1	Quarta-feira 3	Sexta-feira 5
Terça-feira 2	Quinta-feira 4	Sábado 6
		Domingo 7



Quando utilizado em um programa, **g** **DATE** apresenta a data obtida no visor e faz uma pausa de aproximadamente 1 segundo

2) Quantos dias são transcorridos entre 13 de Outubro de 1999 e 8 de Dezembro de 2001? Verifique o resultado em ambos os formatos de datas.

Resposta: 787 dias

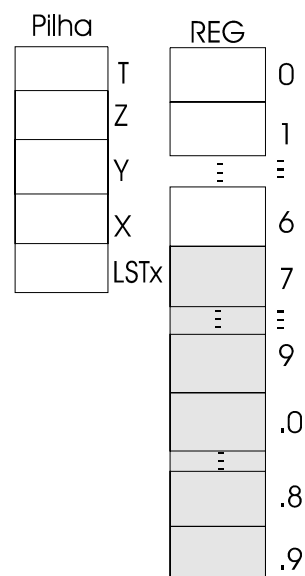
Introduza	Pressione	Visor
	g D.MY	6,23
13.101999	ENTER	13,10 <small>D.MY</small>
8.122001	g ΔDYS	787,00 <small>D.MY</small>
	g M.DY	787,00
10.131999	ENTER	10,13 <small>D.MY</small>
12.082001	g ΔDYS	787,00

g **ΔDYS** devolve dois valores: um com base no calendário real (visor) e outro baseado no ano comercial (12 meses de 31 dias). Para utilizar esse valor pressione **x↔y**.

1.5 Registradores de armazenamento: **STO** e **RCL**

O diagrama ao lado representa graficamente a memória da HP12C para uso genérico, que é organizada em dois blocos de registradores de armazenamento. Não está representado aqui o grupo de registradores financeiros, que contém outros dois blocos, sendo um com os cinco registradores destinados ao cálculo TVM e outro com vinte e um registradores para ocorrências de fluxo de caixa. Esses registradores serão vistos no módulo a seguir.

Os registradores são posições de memória que podem armazenar quaisquer valores numéricos que possam ser digitados na calculadora. Na verdade, já estamos utilizando um bloco de registradores desde o momento em que digitamos os primeiros valores numéricos na calculadora. Esses registradores são os cinco representados no bloco Pilha, que estudaremos em detalhe adiante.





O bloco dos registradores numerados representados com uma faixa destacada em outra cor podem ser convertidos em passos de programa, que será vista em material complementar.

A HP12C possui vinte registradores genéricos de memória, numerados de $\boxed{0}$ a $\boxed{9}$ e de $\boxed{\cdot 0}$ a $\boxed{\cdot 9}$. As duas operações básicas que podem ser executadas nesses registradores e suas teclas associadas estão descritas na tabela a seguir.

Teclas	Significado
\boxed{STO} ($\boxed{0}$ a $\boxed{9}$) ou \boxed{STO} ($\boxed{\cdot 0}$ a $\boxed{\cdot 9}$)	Copia do conteúdo do visor no registrador especificado
\boxed{RCL} ($\boxed{0}$ a $\boxed{9}$) ou \boxed{RCL} ($\boxed{\cdot 0}$ a $\boxed{\cdot 9}$)	Copia o conteúdo do registrador especificado para o visor

Todas as teclas que estão associadas à função de armazenamento (\boxed{STO} - \boxed{STO} re, armazenar, guardar) alteram o conteúdo do registrador especificado, seja substituindo por um novo ou alterando através de operação algébrica. Por exemplo, $\boxed{STO}\boxed{0}$ sempre substitui o conteúdo atual de R_0 pelo conteúdo presente no visor.

A função \boxed{RCL} (ReCaLl - recuperar, trazer de volta) devolve ao visor o conteúdo de um registrador específico, permitindo que ele seja utilizado em quaisquer cálculos. O conteúdo do registrador recuperado NÃO É ALTERADO quando \boxed{RCL} é utilizada.

1) Calcule o resultado da expressão $\sqrt{(3+4) \times 2.4}$ e armazene o resultado no registrador R_0

Solução:

Introduza	Pressione	Visor
3	\boxed{ENTER}	3,00
4	$\boxed{+}$	7,00
2.4	$\boxed{\times}$	16,80
	$\boxed{g}\boxed{\sqrt{x}}$	4,10
	$\boxed{STO}\boxed{0}$	4,10
	$\boxed{f}\boxed{CLR}\boxed{PREFIX}$	4098780306



2) Obtenha o valor de $8/\sqrt{3.2 \times 7}$ e adicione o valor obtido ao conteúdo do registrador R0

Solução:

Introduza	Pressione	Visor
8	ENTER	8,00
3.2	ENTER	3,20
7	x	22,40
	g √x	4,73
	÷	1,69
	STO + 0	1,69
	f CLR PREFIX	16903085 10

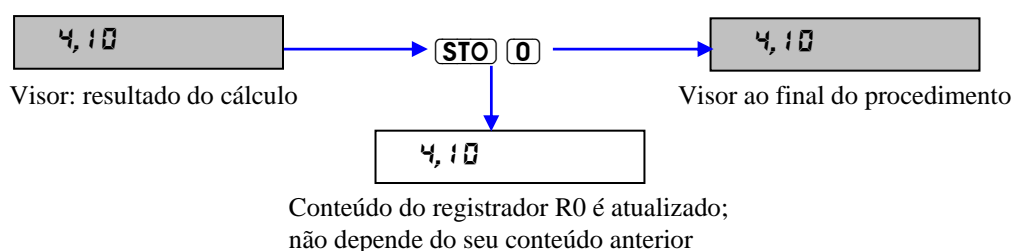
3) Recupere o conteúdo do registrador R₀ e multiplique por 3.

Solução:

Introduza	Pressione	Visor
	RCL 0	5,79
	f CLR PREFIX	5 7890888 16
3	x	17,37
	f CLR PREFIX	17367266 45

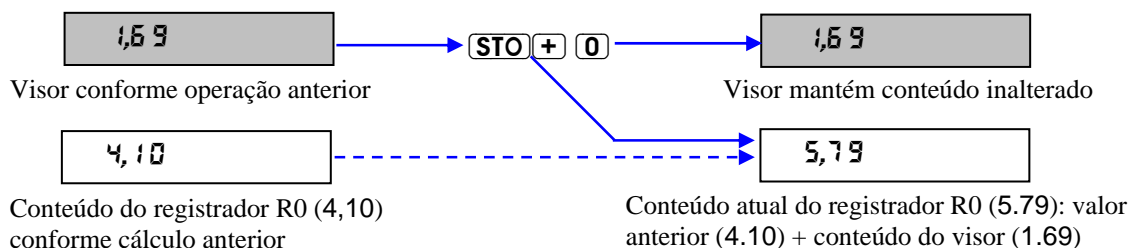
Alguns fatos importantes:

1) no primeiro exemplo ocorreu o seguinte:



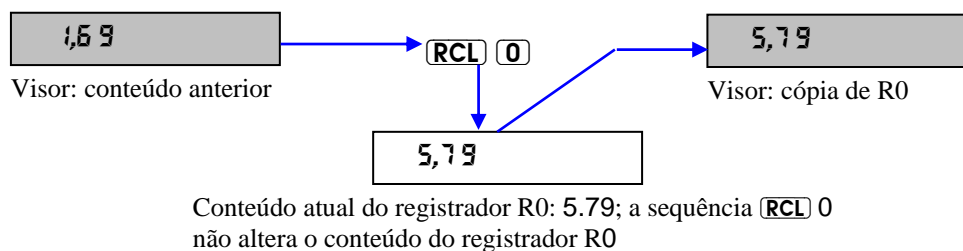
O conteúdo de R0 foi substituído pelo valor presente no visor da calculadora

2) no segundo exemplo, temos:



O conteúdo de R0 foi alterado internamente. Aqui, o conteúdo do visor foi adicionado a ele.

3) no terceiro exemplo, temos:



O conteúdo do visor é substituído pelo valor contido em R0.

Além das duas operações básicas representadas acima, os registradores podem ter seu conteúdo alterado através de operações aritméticas, conforme tabela a seguir.

Teclas	Significado
STO + (0 a 4)	adiciona o valor no visor ao conteúdo atual do registrador especificado
STO - (0 a 4)	subtrai o conteúdo atual do registrador especificado pelo valor no visor
STO x (0 a 4)	multiplica o valor no visor ao conteúdo atual do registrador especificado
STO ÷ (0 a 4)	divide o conteúdo atual do registrador especificado pelo valor no visor

Algumas restrições operacionais e matemáticas devem ser lembradas:



- Os registradores numerados disponíveis para armazenamento e recuperação estão na faixa de R0 a R9 e de R.0 a R.9, ou seja, é possível executar-se as sequências **STO** **0** a **STO** **9**, **STO** **◊** **0** a **STO** **◊** **9**, **RCL** **0** a **RCL** **9** e **RCL** **◊** **0** a **RCL** **◊** **9**. Como os registradores de R7 a R9 e de R.0 a R.9 podem ser convertidos em passos de programa, as sequências acima podem gerar mensagem **Erro** **6** (erro de registrador) se o registrador solicitado não estiver disponível

- Os registradores que aceitam operação aritmética (**+**, **-**, **x** e **÷**) poderão gerar três tipos básicos de erros:
 - Erro** **0** - Divisão por zero - a sequência **STO** **÷** (**0** a **4**) quando o conteúdo do visor é 0.00
 - Erro** **1** - Overflow - Ultrapassagem da capacidade numérica - o valor resultante do cálculo é maior que $9,999999999 \times 10^{99}$; nesse caso, o conteúdo do registrador será substituído por $9,999999999 \times 10^{99}$
 - Erro** **4** - tentativa de efetuar operação aritmética com registradores acima de R4

- Como os registradores que aceitam armazenamento aritmético nunca são convertidos em passos de programa, a mensagem de erro **Erro** **6** não é gerada pelas operações **STO** (**+**, **-**, **x**, **÷**) (**0** a **4**)



2 Recursos para Cálculos Financeiros

Existem três modalidades de cálculos financeiros, baseadas na forma que os juros e os pagamentos são considerados, para os quais a HP12C oferece resultados imediatos: cálculos com juros simples, juros compostos com pagamentos uniformes e juros compostos com pagamentos não uniformes (cash flow). As três modalidades são discutidas e apresentadas aqui.

2.1 Conceitos Financeiros Básicos - Revisão

Os conceitos a seguir foram obtidos através de literatura específica da área financeira.

2.1.1 Capital

O termo Capital se refere a qualquer valor, expresso em moeda, e disponível em determinada época. Pode ser também denominado Principal, Valor Atual, Valor Presente ou Valor Aplicado. O termo Present Value (tecla **PV** em calculadoras financeiras) é o equivalente a Capital, em Português.

2.1.2 Juros

É a quantia paga pelo uso do dinheiro emprestado, ou recebida como remuneração pelo capital empregado em atividades produtivas. O termo equivalente em inglês é Interest (interesse, tecla **i**; atratividade do negócio). Os juros podem ser capitalizados segundo dois regimes: simples ou compostos.

- **Juros Simples:** o juro de cada intervalo de tempo (período) sempre é calculado sobre o capital inicial emprestado ou aplicado.
- **Juros Compostos:** O juro de cada intervalo de tempo é incorporado ao capital inicial que passa a render juros também.

Para o investidor o juro é a remuneração do investimento. Para o tomador o juro é o custo do capital obtido por empréstimo.

2.1.2.1 Quando utilizar juros simples e juros compostos



A maioria das operações envolvendo movimentação financeira utiliza juros compostos (compras a médio e longo prazo, compras com cartão de crédito, empréstimos bancários, aplicações financeiras usuais como caderneta de poupança e aplicações em fundos de renda fixa, etc). O regime de juros simples é raramente encontrado, como é o caso das operações de curtíssimo prazo ou do processo de desconto simples de duplicatas.

2.1.3 Taxa de juros

Taxa de juros é a razão entre os juros recebidos (ou pagos) no fim de um período de tempo e o capital inicialmente empregado, expressa tanto na forma absoluta (pouco comum em matemática financeira) como percentual (muito mais utilizada). A taxa de juros é sempre associada a um período de tempo (quantidade de dias, meses, trimestres, semestres, anos etc.) no qual ela é aplicada para efeito de cálculo.

12 % a.a. (doze por cento ao ano).

1,5% a.m. (um e meio por cento ao mês)

2.2 Sistemas de Capitalização

Capitalização é o processo de formação de juros a partir do capital. Existem dois métodos básicos de capitalização: simples e composta. A opção por um desses métodos define o valor dos juros e a forma como esse valor é incorporado ao principal. Em capitalização, o montante **M** é definido como a soma do capital aplicado ou devido mais o valor dos juros correspondentes ao prazo da aplicação ou da dívida.

	Juro Simples	Juro Compostos
Forma de Aplicação	A taxa de juros incide somente sobre o capital inicial em cada período.	A taxa de juros incide sobre o capital inicial e sucessivamente sobre o montante agregado a cada período anterior (taxa de juros aplicada sobre juros).

2.2.1 Capitalização com Juros Simples



A Capitalização Simples se caracteriza pela incidência da taxa de juros somente sobre o capital inicial, ou seja, o valor dos juros por período é constante e é obtido pela aplicação da taxa de juros sobre o valor do capital. O valor dos juros é obtido da expressão:

$$J = P \times i \times n$$

Onde:

J = valor dos juros

P = valor do capital inicial ou principal

i = taxa de juros

n = número de períodos (prazo)

Exemplo 1: Um empréstimo de R\$ 1.000,00 é pago com R\$ 1.200,00 ao final de um ano. Considerando a operação toda com juros simples, qual a taxa utilizada?

Solução: parte-se da expressão $i = J / P \times n$, onde **i** é a taxa de juros (a ser calculada), **J** é o valor dos Juros e **P** é o Principal (ou Capital, ou Valor Presente). Nesse exemplo, **n=1**

Capital inicial	1.000,00
Juros	1.200,00 - 1.000,00 = 200,00
Taxa de juros	(200,00 / 1.000,00) = 0,20 (20% a.a.)

Exemplo 2: Qual o valor dos juros relativos a um empréstimo de R\$ 100.000,00, pelo prazo de 15 meses, modalidade simples, sabendo-se que a taxa é de 2% ao mês?

Solução:

P	100.000,00
n	15 meses
i	2% ao mês
J	$P \cdot i \cdot n = 100.000,00 \cdot 0,02 \cdot 15 = 30.000,00$



2.2.2 Capitalização com Juros compostos

O regime de capitalização por juros compostos é o mais comum no sistema financeiro e, portanto, o mais útil para cálculos de problemas do dia-a-dia. Nesse regime, os juros gerados a cada período são incorporados ao principal para o cálculo dos juros do período seguinte. Observe o que acontece em uma aplicação financeira por três meses, capitalização mensal.

$$\text{mês 1) } M1 = P \times (1 + i)$$

$$\text{mês 2) } M2 = P \times (1 + i) \times (1 + i)$$

$$\text{mês 3) } M3 = P \times (1 + i) \times (1 + i) \times (1 + i)$$

Concluimos, então, que juros compostos são juros sobre juros. Além disso, observa-se também que o principal de um mês é igual ao montante do mês anterior. É importante lembrar que a taxa i tem que ser expressa na mesma medida de tempo de n .

Uma forma mais simplificada de representar a composição mensal de juros é obtida pela análise dos elementos que compõem o cálculo. Assim:

$$M1 = P \times (1 + i)^1 = P \times (1 + i)$$

$$M2 = P \times (1 + i)^2 = P \times (1 + i) \times (1 + i)$$

$$M3 = P \times (1 + i)^3 = P \times (1 + i) \times (1 + i) \times (1 + i)$$

E assim sucessivamente. De uma forma geral:

$$\mathbf{M = P \times (1 + i)^n}$$

M = Soma ou montante

P = Valor Principal aplicado inicialmente

i = Taxa unitária

n = Número de períodos da aplicação

Exemplo 3: Qual o valor do montante relativo a um empréstimo de R\$ 50.000,00, pelo prazo de 5 meses, sabendo-se que a taxa é de 2% compostos mensalmente?

Solução:



P	50.000,00
n	5 meses
i	2% ao mês
M	$50.000 \times (1.02)^5 = 50.000,00 \times 1.1041 = 55.205,00$

2.3 Conceito de Cálculo Financeiro na HP12C

A HP12C utiliza o padrão financeiro mundial TVM (Time Value of Money) para cálculos financeiros, obedecendo as seguintes referências para as variáveis utilizadas nos cálculos de valor do dinheiro no tempo.

n	Número de períodos
i	Taxa de juros por período
PV	Valor presente (capital)
PMT	Valor do pagamento periódico (prestação)
FV	Valor futuro (montante)

Essas variáveis financeiras - n, i, PV, PMT e FV - estão associadas entre si através da expressão genérica para cálculos com juros compostos:

$$PV + (1 + i \times S) \times PMT \times \left[\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right] + FV \times (1 + i)^{-n} = 0$$

onde: S=0, modalidade BEGIN; S=1, modalidade END

A expressão a seguir permite o cálculo de I, o montante dos juros (para o montante final, adicionar o principal, ou **PV**) nos cálculos de juros simples (#dias pode ser 360 - ano comercial - ou 365 - ano real)

$$I_{\#dias} = \frac{n}{\#dias} \times PV \times i$$



2.3.1 As Teclas Financeiras e os Registradores Financeiros

Teclas	Significado
n	armazena ou calcula n (número de períodos)
i	armazena ou calcula i (taxa de juros: interest rate)
PV	armazena ou calcula PV (valor presente, capital: Present Value)
PMT	armazena ou calcula PMT (pagamento, prestação: PayMenT -)
FV	armazena ou calcula FV (valor futuro, montante: Future Value)
f AMORT	inicia o cálculo de amortizações
f INT	inicia o cálculo de juros simples (INT erest - juros)
f NPV	inicia o cálculo de valor presente líquido (Net Present Value)
f IRR	inicia o cálculo da taxa interna de retorno (Internal Rate of Return)
g 12x	multiplica o valor no visor por 12 e armazena o resultado em n .
g 12÷	divide o valor no visor por 12 e armazena o resultado no registrador i
g CFo	armazena o primeiro fluxo (Cash Flow_{zero})
g CFj	armazena os fluxos de dinheiro consecutivos (Cash Flow_j)
g Nj	armazena número de ocorrências consecutivas do fluxo atual
g BEG	define pagamentos no início dos períodos de composição - anunciador BEGIN ativado
g END	define pagamentos no final dos períodos de composição - anunciador BEGIN desativado

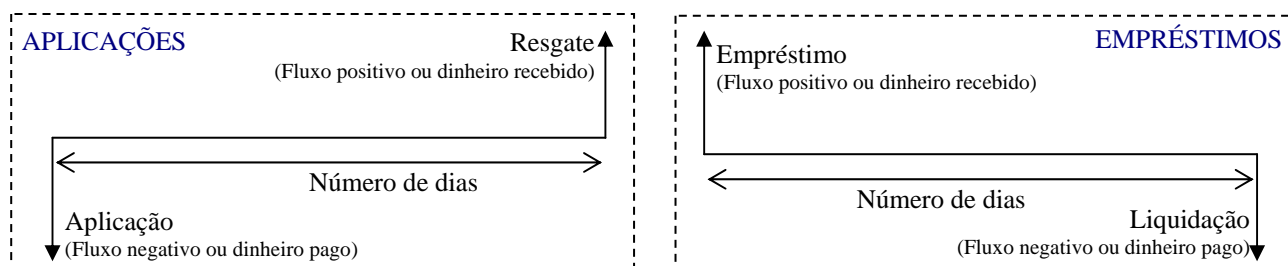
As teclas **n**, **i**, **PV**, **PMT** e **FV** têm um comportamento único em relação aos registradores **n**, **i**, **PV**, **PMT** e **FV**. Para essas cinco teclas vale a regra geral a seguir:

Introduza	Pressione	Ação resultante
valor	n , i , PV , PMT ou FV	armazena valor digitado na variável associada à tecla pressionada
	n , i , PV , PMT ou FV	calcula e apresenta o valor da variável associada à tecla pressionada

2.4 Juros Simples: **f** **INT**

As transações financeiras em geral podem ser representados por diagramas de fluxo de dinheiro como no exemplo a seguir. Esse diagrama contém uma linha horizontal que representa o tempo decorrido do início ao final da transação financeira e setas verticais no início e no final do gráfico que simbolizam o fluxo de dinheiro durante esse período.

Diagramas de Fluxo de Dinheiro para Cálculos de Juros Simples



Para efetuar cálculos de juros simples na HP12C basta fornecer o número de dias (**n**), a taxa de juros anual (**i**) e o montante inicial (valor principal, **PV**). Fornecidos esses três valores em qualquer ordem, pressiona-se **f INT** e a HP12C calcula o montante dos juros **I**. Observe a tabela a seguir, em um exemplo de aplicação.

valor fornecido	tecla associada	resultado obtido
número de dias	n	
juros % a.a.	i	
principal (*)	CHS PV	
	f INT	I_{360}
	R↓ x↔y	I_{365}

(*) convencionou-se o principal como negativo para dinheiro pago.

O valor apresentado no visor após a sequência **f INT** é o montante dos juros acumulados na base de 360 dias. Para se conhecer o montante dos juros na base de 365 dias, pressiona-se **R↓ x↔y**. Se o montante da dívida for calculado na base de 360 dias, temos:

valor fornecido	tecla associada	resultado obtido
n, i e PV	f INT	I_{360}
	+	Montante ₃₆₀



Se o montante da dívida for calculado na base de 365 dias, temos:

valor fornecido	tecla associada	resultado obtido
n, i e PV	f (INT)	I_{360}
	R↓ (+)	Montante ₃₆₅

Se houver necessidade, basta atualizar somente o(s) valor(es) necessário(s) (com as teclas associadas) e pressionar **f** (INT) para um novo cálculo.

1) Uma instituição financeira pratica juros simples de 12% a.a. em empréstimos. Quanto deverá ser pago a esta instituição por um empréstimo de R\$1.500,00 em um período 3 meses (90 dias)?

Resposta: R\$ 1.545,00

Primeiro, identificamos nossas variáveis e seus valores.

n	90 dias (3 meses)
i	12 % a.a. (taxa de juros)
PV	R\$ 1.500,00

Introduzimos os valores (qualquer ordem) e a calculadora fornece a resposta. A sequência **f** CLR (FIN) é opcional, mas constitui boa prática a sua utilização antes do início de novos cálculos financeiros. (**f** CLR (FIN) não apaga o visor)

Introduza	Pressione	Visor
	f CLR (FIN)	17,37
12	(i)	12,00
90	(n)	90,00
1500	(PV)	1500,00
	f (INT)	- 45,00
	(+)	- 1545,00

O sinal positivo para PV indica dinheiro recebido (sacar o valor do empréstimo) e o resultado é dado com o sinal negativo, indicando dinheiro pago.



2) Antes do negócio se concretizar, a taxa de juros a.a. sofreu uma alteração e foi atualizada em 13,1% a.a. Qual será o novo valor a ser pago, mantidos os valores anteriores?

Resposta: R\$1.546,23

Introduza	Pressione	Visor
13.1	i	13.10
	f INT	- 49,13
	+	- 1549,13

3) Com a possibilidade da taxa de juros aumentar ainda mais, o valor solicitado para o empréstimo passou a ser R\$ 1.800,00. Qual será o pagamento a ser feito, agora?

Resposta: R\$ 1.855,35

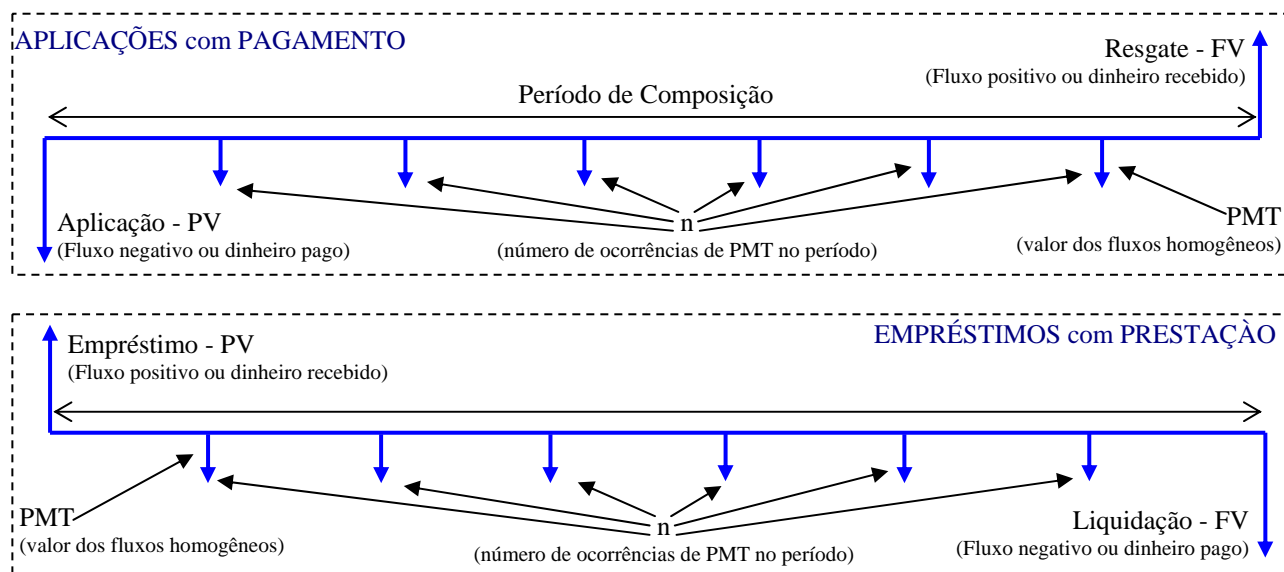
Introduza	Pressione	Visor
1800	PV	1.800,00
	f INT	- 58,95
	+	- 1.858,95

Pode-se concluir que os valores iniciais para o cálculo de juros simples são facilmente atualizados e o cálculo pode ser refeito rapidamente. Experimente com outros valores.

2.5 Juros Compostos

As transações financeiras podem ter vários períodos intermediários, compostos sequencialmente, onde parcelas de dinheiro são recebidas ou pagas e incorporadas ao montante da dívida ou do investimento. Para representar melhor esse processo, são incorporadas duas variáveis (e registradores associados) ao diagrama de fluxo de dinheiro: pagamento periódico homogêneo **PMT** (prestação, retirada) e valor do investimento **FV** ao final do período de composição (período de composição é nome dado ao período total da transação financeira). Além disso, a variável **n** passa a ser o número de ocorrências de **PMT** (e não mais o número de dias, como nos juros simples) Observe os exemplos a seguir (existem diversas possibilidades, só duas estão representadas).

Diagramas de Fluxo de Dinheiro para Cálculos de Juros Compostos



Como mencionado anteriormente, a relação entre n , i , PV , PMT e FV é:

$$PV + (1 + i \times S) \times PMT \times \left[\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right] + FV \times (1 + i)^{-n} = 0$$

onde S pode ser 0 ou 1.

Na HP12C, a seguinte regra regral é válida para os cálculos com juros compostos:



Fornecidos os valores para quatro das variáveis acima, o quinto valor pode ser sempre calculado (*)

(*) desde que haja coerência entre os valores fornecidos

Deve-se sempre lembrar que as teclas **n**, **i**, **PV**, **PMT** e **FV** têm um comportamento único em relação aos registradores **n**, **i**, **PV**, **PMT** e **FV**. Pode-se garantir, entretanto, que pressionar uma sequência com duas das teclas financeiras, uma imediatamente após a outra, causará o cálculo da variável associada à segunda tecla, *mesmo que se pressione a mesma tecla duas vezes*. De uma forma geral, também podemos afirmar que se digitamos um valor ou executamos uma operação que altera ou manipula o valor do visor e imediatamente pressionamos a tecla equivalente a uma das variáveis financeiras, esse valor é armazenado no registrador equivalente a essa variável.

Na HP12C os cálculos com juros compostos partem da seguinte premissa:

- os intervalos entre os pagamentos (**PMT**) são iguais
- valor de cada pagamento é o mesmo (se forem diferentes, o problema pode ser resolvido com a análise de fluxos de caixa não homogêneos, que é o próximo tópico)
- os pagamentos devem ocorrer todos no início ou no fim de cada intervalo (período), o que é definido por uma das sequências **g** **BEG** (anunciador **BEGIN** fica ativo no visor para indicar essa modalidade) ou **g** **END**

Existem diversos exemplos de cálculos com juros compostos no manual da HP12C, na seção 3, principalmente no material contido entre as páginas 38 e 57, onde são apresentadas as convenções de sinais utilizados, os diversos tipos de fluxos de dinheiro (fluxo de caixa) e seus diagramas, além de exemplos diversos para os cálculos das cinco variáveis. Repeti-los aqui seria redundância, mas estão representados a seguir alguns poucos exemplos ilustrativos.

1) Qual será o pagamento que Paulo deverá efetuar para quitar um empréstimo de R\$ 3.000,00 a juros mensais de 2,33% em 36 meses? Admita pagamentos ao final dos períodos mensais.

Resposta: R\$ 124,03

Introduza	Pressione	Visor
	f CLR FIN	0,00



2,33	i	2,33
36	n	36,00
3000	PV	3.000,00
	PMT	running
		- 124,03

O valor negativo (-124,03) significa pagamento. Como se trata de um empréstimo, o dinheiro foi recebido e, por isso, o valor de PV é positivo.

A mensagem **running** ("correndo", executando) piscando no visor significa que um procedimento interno de cálculo está sendo executado. É a mesma mensagem apresentada durante a execução do auto teste da máquina¹, e ela prevalece no visor até que o resultado esteja disponível. Quando isso acontece, a mensagem **running** desaparece e o visor apresenta o resultado normalmente.

2) É impossível para Paulo praticar um pagamento maior do que R\$ 100,00 mensais. Utilize os mesmos valores e verifique em quantos meses ele quitará a dívida se o pagamento for reduzido.

Resposta: 53 meses

Introduza	Pressione	Visor
100	CHS PMT	- 100,00
	n	running
		53,00

Como os valores anteriores foram mantidos, não houve necessidade de reintrodução dos valores.

3) A instituição financeira não permite que uma dívida ultrapasse o prazo de quitação em 48 meses. Ela aceitará um cheque no valor da dívida para ser descontado após esse período. Qual deverá ser o valor desse cheque, mantendo-se o pagamento de R\$ 100,00 mensais?

Resposta: R\$ 389,25

¹ veja apêndice A deste documento ou Apêndice E do Manual do Proprietário e Guia de Programação da HP21C, p. 224



Antes de continuar, vamos verificar o conteúdo dos registradores financeiros? Para isso, utiliza-se a tecla **(RCL)** em conjunto com qualquer tecla associada aos registradores financeiros, como se fossem os registradores de uso geral.

Pressione	Visor
(RCL) (n)	53,00
(RCL) (i)	2,33
(RCL) (PV)	3.000,00
(RCL) (PMT)	- 100,00
(RCL) (FV)	0,00

Portanto, basta-nos carregar o registrador **n** com 48 (número de períodos) e solicitar o cálculo do valor futuro (**FV**). Os cálculos anteriores levavam em conta a quitação da dívida, ou seja, valor futuro = R\$ 0,00. Nesse cálculo, o valor do cheque será igual ao do montante da dívida findos os 48 meses. Observe a seguir:

Introduza	Pressione	Visor
48	(n)	48,00
	(FV)	0,00
		- 389,25

4) Qual deveria ser a taxa de juros a ser cobrada para que pagasse a dívida em 48 meses, com prestações de R\$ 100,00, sem a necessidade desse cheque final? Verifique o conteúdo dos outros registradores financeiros ao final.

Resposta: 2,11%

Introduza	Pressione	Visor
0	(FV)	0,00
	(i)	2,11
		2,11
	(RCL) (n)	48,00
	(RCL) (PV)	3.000,00
	(RCL) (PMT)	- 100,00
	(RCL) (FV)	0,00



2.6 Cálculos Financeiros Adicionais

2.6.1 Amortização

Se um empréstimo ou um débito que renda juros é normalmente pago em parcelas iguais, diz-se que a dívida é **amortizada**. A palavra amortização é de origem francesa, derivada do termo "a mort", que significa "a ponto de morrer". Da mesma forma, você está "matando" uma dívida pagando-a de conformidade com um plano preestabelecido.

A maior parte das hipotecas simples e empréstimos liquidáveis em prestações são chamados de **empréstimos de redução direta**. A dívida é reduzida por pagamentos periódicos iguais, embora as proporções aplicadas contra o total emprestado e taxa de juros variem a cada pagamento.

Os juros são deduzidos de cada pagamento e o restante é usado para reduzir a dívida. Denomina-se **plano de pagamentos** a linha de tempo sobre a qual os pagamentos das prestações são considerados, e **plano de amortização** é o nome dado às parcelas de cada pagamento à parte de juros e do capital emprestado.

De uma forma geral, os planos de amortização podem ser simulados na HP12C através das seguintes operações:

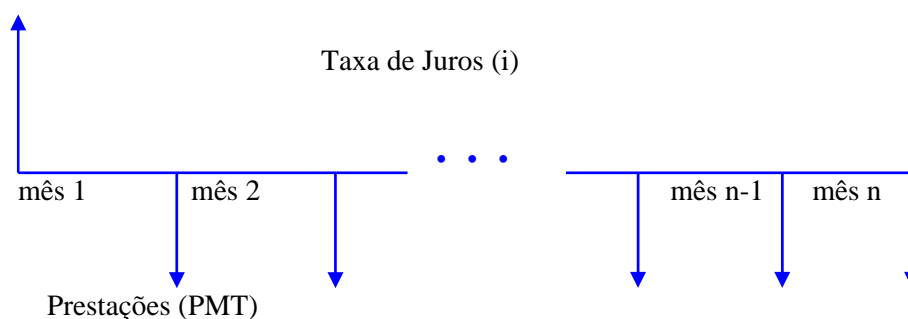
1. apagar o conteúdo dos registradores financeiros com **f CLEAR(FIN)**
2. fornecer a taxa de juros com **i** ou **g 12 ÷**
3. fornecer o montante do empréstimo (principal) com **PV** (positivo, dinheiro recebido)
4. fornecer o valor do pagamento por período com **CHS PMT** (negativo pois é dinheiro pago)
5. selecione a modalidade de pagamento com **g END** (maioria dos casos) ou **g BEG**
6. digite o número de pagamentos a serem considerados no cálculo da amortização
7. pressione **f AMORT**; a calculadora apresenta a parte do pagamento referente aos juros
8. pressione **x > y** para apresentar no visor a parte referente ao principal



9. caso seja necessário conferir o número de pagamentos utilizado no cálculo (fornecido no passo 6 acima), pressione **R↓** **R↓**
10. para consultar o saldo devedor remanescente pressione **RCL** **PV**
11. para apresentar o total de pagamentos amortizados até o momento pressione **RCL** **n**

Exemplo: Na aquisição de um condomínio, toma-se um empréstimo sob hipoteca no valor de R\$500.000,00. O prazo para liquidação é de 30 anos para, com pagamentos mensais de R\$3.933,50 à taxa de juros de 8 3/4%. Esse plano de pagamentos pode ser visualizado assim:

Empréstimo inicial (PV)



onde:

$$n = (30 \times 12) \text{ meses} \quad PV = R\$500.000,00 \quad FV = R\$ 0,00$$

$$i = (8\frac{3}{4})/12 \% \text{ a.m} \quad PMT = R\$3.933,50 \quad (\text{liquidação})$$

Os juros são calculados sobre o total do capital que você tomou emprestado no final de cada mês. No primeiro mês, temos:

$$\frac{8.75\%}{12} \times R\$500.000,00 = R\$3.645,83$$

Esse valor é adicionado ao saldo devedor:

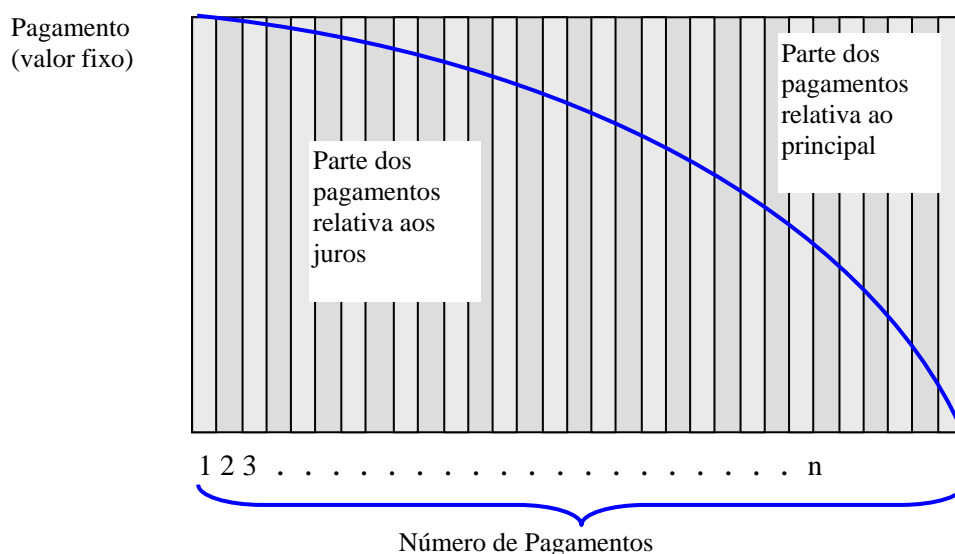
$$R\$ 500.000,00 + R\$ 3.645,83 = R\$ 503.645,83$$

O primeiro pagamento é, então, deduzido do total da dívida para a obtenção do

novo saldo devedor:

$$\text{R\$ } 503.645,83 - \text{R\$ } 3.933,50 = \text{R\$ } 499.712,33$$

Esse procedimento é repetido a cada mês subsequente, ou seja, os juros serão calculados em primeiro lugar e adicionados ao saldo antes que seu pagamento seja subtraído. A amortização da hipoteca pode ser representada assim:



À medida que o total da dívida se reduz (amortiza), o valor calculado dos juros decresce. Como o valor da prestação é fixa, uma parcela maior de cada pagamento é deduzida do total (capital tomado emprestado). Quando você efetuar o pagamento da última parcela de seu empréstimo, uma quantidade mínima é deduzida como juros.

Com a **HP12C**, pode-se facilmente calcular os juros acumulados e o saldo restante da dívida em qualquer ponto da linha de tempo. Basta fornecer o capital (**PV**), a taxa periódica de juros (**i**) e o pagamento periódico (**PMT**). Então é só introduzir o número de períodos a ser amortizado e pressionar **f** (**AMORT**).

A HP12C calcula tanto a parte total dos pagamentos relativa aos juros (no visor) quanto a parte relativa ao principal (pressione **x↔y** para ver esse valor). Além disso, o saldo restante do empréstimo é atualizado e pode ser colocado no visor através da sequência **RCL** **PV**.

Quando você estiver trabalhando com problemas envolvendo amortização, lembre-se de selecionar a modalidade de pagamentos apropriada (**g** **END** ou



g **BEG**). Durante a execução de **f** **AMORT**, todos os valores calculados são automaticamente arredondados para o número de dígitos em vigor. O visor normalmente apresenta números com duas casas decimais. Se o seu cálculo requer outro tipo de arredondamento, basta definir o formato de apresentação com o número de dígitos desejado (**f** **0** a **f** **9** ou **f** **•**) antes do início do cálculo.

Exemplo: Gere um plano de amortização para os dois primeiros meses de um empréstimo hipotecário de R\$50.000,00 em 30 anos, a 8¾% de juros anuais, com pagamentos mensais de R\$393,35. A seguir, calcule o saldo do empréstimo após o primeiro ano.

Pressione **g** **END** para selecionar pagamentos no final do período.

Introduza	Pressione	Visor	
	f CLEAR FIN		regs. TVM = zero
50000	PV	50.000,00	Total do empréstimo.
393.35	CHS PMT	- 393,35	Pagamento periódico.
8.75	g 12 ÷	0,73	Taxa de juros periódicos.

Cada execução de **f** **AMORT** retorna dois valores: a parte dos juros e a parte do principal do pagamento periódico. Para visualizar o valor do principal, pressionando-se **x** **z** **y**.

Introduza	Pressione	Visor	
	f AMORT	- 364,58	1º mês do plano. Parte dos juros.
	x z y	- 28,77	Parte do principal
	RCL PV	49.971,23	Saldo restante.
	RCL n	1,00	Número de períodos amortizados (um mês).

A execução de **f** **AMORT** altera tanto o valor de **n** como o de **PV**: **PV** contém o novo saldo e **n** fornece o número total de períodos amortizados. Para gerar os valores da amortização do próximo período do plano, simplesmente pressione 1 **f** **AMORT**:

Introduza	Pressione	Visor	2º mês

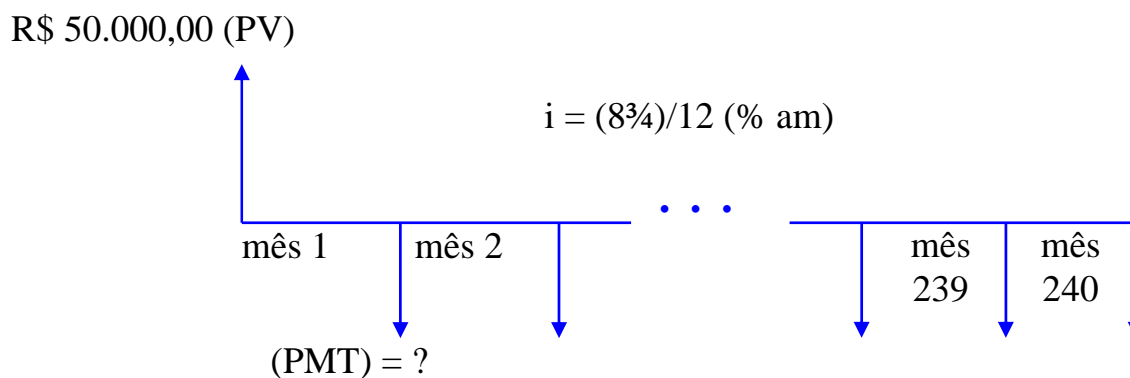


1	f AMORT	- 364,37	Parte dos juros
	x<math>z</math>y	- 28,98	Parte .do principal
	RCL PV	49.942,25	Saldo restante.
	RCL n	2,00	Número de períodos amortizados (dois meses).

Como exemplo, vamos obter os valores da amortização no final do primeiro ano. Como já foram calculados os dois primeiros períodos, basta fornecer a quantidade restante (10) e pressionar **f** **AMORT**.

Introduza	Pressione	Visor	
10	f AMORT	- 363 1,86	Parte dos juros sobre pagamentos efetuados do mês 3 ao mês 12.
	x<math>z</math>y	- 30 1,64	Parte do principal dos pagamentos efetuados entre os meses 3 e 12
	RCL PV	49.640,6 1	Saldo após 12 meses ou 1 ano

Se a hipoteca fosse paga em 20 anos, qual seria o valor dos pagamentos mensais? O diagrama de fluxo de caixa a seguir ilustra essa situação.



Introduza	Pressione	Visor	
50000	PV	50.000,00	Introduza novamente o principal.
20	g 12x	240,00	Número de pagamentos



			mensais em 20 anos.
	PMT	- 44 1,86	Pagamento periódico.

A taxa periódica de juros (i) não foi re-introduzida porque não foi alterada no último cálculo.

Quais os valores equivalentes aos juros e ao capital inicial após 1 ano nesse plano de pagamentos de 20 anos? É boa prática iniciar-se um cálculo financeiro com **f CLEAR(FIN)**, que leva o conteúdo das variáveis TVM a zero. Nesse exemplo, como o valor de **i** será preservado, não se utilizou **f CLEAR(FIN)**; por outro lado, o valor de **n** deverá ser zero, e nesse caso, a sequência 0 **n** deverá ser utilizada.

Introduza	Pressione	Visor	
0	n	0,00	O valor de n é zerado (n era 240 no último cálculo).
12	AMORT	- 4.336,87	Parte de juros dos pagamentos no primeiro ano.
	x>y	965,45	Parte do principal dos pagamentos no primeiro ano.
	RCL PV	49.034,55	Saldo restante.

Quantos períodos de pagamento calculamos?

Introduza	Pressione	Visor
	RCL n	12,00

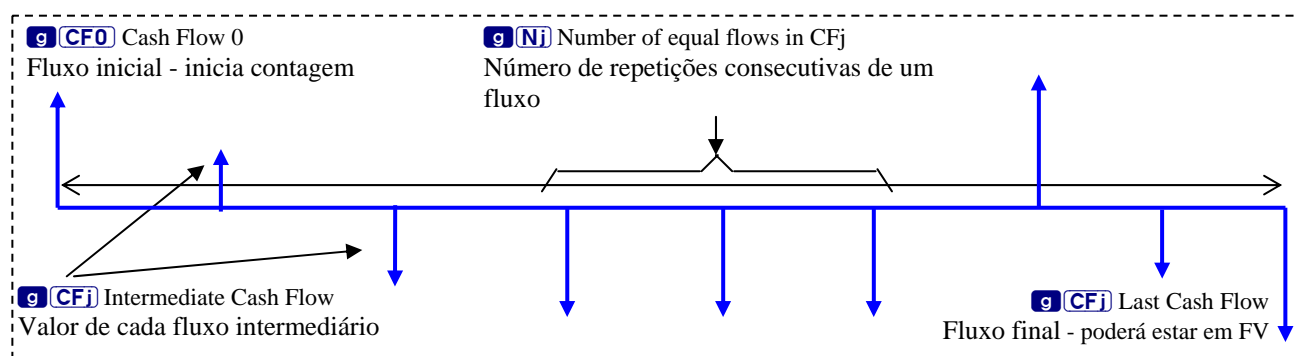
Lembre-se: Ajuste **n** para zero (pressionando 0 **n** ou **f CLEAR(FIN)**) sempre que um cálculo de um novo plano de amortização for iniciado, ou quando se quer saber o número de pagamentos amortizados. Quando a HP12C está em modo **BEGIN**, o pagamento total é destinado a pagar o capital inicial (não há ainda juros acumulados). Neste caso, é essencial zerar **n** de forma que os juros não sejam calculados sobre o capital inicial antes do primeiro pagamento.

2.7 Fluxo de Caixa Descontado: **f** **NPV** e **f** **IRR**

Para a terceira modalidade de fluxo de dinheiro, denominada Fluxo de Caixa Descontado, a HP12C oferece duas outras funções financeiras, descritas a seguir com suas teclas associadas.

Tecla	Significado
f NPV	inicia o cálculo de valor presente líquido (Net Present Value)
f IRR	inicia o cálculo da taxa interna de retorno (Internal Rate of Return)

Diagramas de Fluxo de Dinheiro Genéricos para Movimento de Caixa



Para os cálculos de Fluxo de Caixa Descontado, a HP12C utiliza os registradores de armazenamento de uso geral, numerados de 0 a 9 e de .0 a .9, os registradores financeiros (TVM) e o bloco de registradores # Fluxo, que serão explicados a seguir. Um diagrama de fluxo de caixa acima ilustra esse tipo de situação.

2.7.1 Conceito de Fluxo de Caixa Descontado na HP12C

Nos cálculos de juros compostos os pagamentos ocorrem em períodos regulares e têm valor fixo. Na modalidade de fluxo de caixa descontado os pagamentos podem variar seu valor e sentido, embora continuem ocorrendo em períodos regulares. Para manipular essas informações, a HP12C armazena todas as alterações de valores de fluxo de caixa, ou seja, cada valor diferente de movimentação deverá ser armazenado em uma posição distinta de memória. O método de manipulação de dados para o cálculo utilizado na HP12C permite ainda que movimentos iguais que ocorram consecutivamente possam ser armazenados como um único movimento, e o número de ocorrências fica armazenado à parte, em um registrador especial. Observe o exemplo a seguir.

Nesse diagrama de fluxos de caixa podemos contar quatorze movimentações (fluxos) de dinheiro, incluindo o primeiro e o último fluxos. Esse exemplo particular poderá ser armazenado na HP12C exatamente como está, ou seja, cada fluxo em um registrador de memória. Porém, eles podem ser organizados conforme o diagrama a seguir. HP12C

Com essa reorganização dos fluxos de caixa, será necessário armazenar o equivalente a onze deles, sendo que ocorrem dois grupos de fluxos com valores consecutivos iguais. A HP12C poderá armazenar o número de ocorrências de fluxos de caixa iguais e o valor desse fluxo, reduzindo a necessidade de registradores de armazenamento.

2.8 Organizando e Armazenando: **f**CF0, **f**CFj e **g**Nj

Observe a sequência de teclas apresentada a seguir.

Introduza	Pressione	Comentários
	f CLR FIN	Apaga o conteúdo dos registradores financeiros
	f CLR REG	Apaga o conteúdo de todos registradores e armazena "01" no bloco # Fluxo
Fluxo inicial	g CF0	Armazena o valor do primeiro fluxo em R0
Próximos fluxos	g CFj	Armazena o valor do fluxo atual em Rj
# de ocorrências de cada CFj	g Nj	Armazena o número de ocorrências consecutivas de CFj (se >1)

Uma representação geral da organização dos dados é apresentada a seguir.

Reg.	Valor	#Fluxo	Comentários sobre Nj
R0	CF0	N0	Repetições do Primeiro fluxo (*)
R1	CF1	N1	Repetições do Segundo fluxo
...
R9	CF9	N9	Repetições do Décimo fluxo
R.0	CF10	N10	Repetições do Décimo primeiro fluxo
R.1	CF11	N11	Repetições do Décimo segundo fluxo
...
R.9	CF19	N19	Repetições do Vigésimo fluxo
FV	CF20	N20	Repetições do Vigésimo primeiro fluxo

(*) Esse valor será sempre um, como veremos adiante



Se o fluxo ocorre somente uma vez, basta pressionar **g** **CFj** (ou **g** **CFo** se for o primeiro) e continuar a digitar os próximos fluxos. Basta lembrar que o conteúdo de todos os N_j é igual a 1 se utilizarmos a sequência **f** **CLR** **REG** no início dos cálculos de fluxo de caixa descontados.

Após a introdução dos valores dos fluxos de caixa, podemos:

- obter a taxa interna de retorno através da sequência **f** **IRR**
- fornecer uma taxa de juros esperada e obter o valor presente líquido através da sequência **f** **NPV**

Veja o exemplo a seguir.

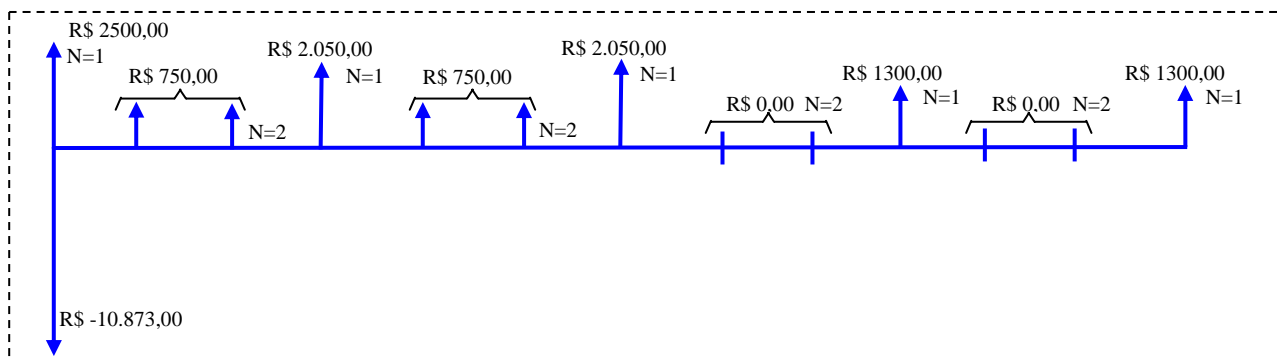
1) Um veículo com um ano de uso está sendo adquirido e a concessionária o fornece nas seguintes condições:

- uma entrada de R\$ 2.500,00;
- seis prestações mensais de R\$ 750,00, a primeira vencendo 30 dias após a compra;
- quatro pagamentos trimestrais de R\$ 1.300,00, o primeiro vencendo 90 dias após a entrada.

Determinar a taxa de juros interna aplicada à operação sabendo-se que o valor do automóvel é de R\$ 10.873,00 à vista.

Resposta: 2,71 % (taxa de juros aplicada)

O cálculo será efetuado pela visão da concessionária, ou seja, o movimento de caixa deverá ser visto pelo caixa da concessionária. Os pagamentos das prestações por parte do comprador são recebidos pela concessionária e, portanto, são positivos. O fluxo inicial (**g** **CF0**) será negativo e equivale ao valor do veículo (que pode ser visto como uma retirada de caixa por parte da concessionária) menos a entrada (que é o pagamento do comprador, portanto é positivo para o caixa da concessionária). Como existem ocorrências iguais de fluxos, estaremos acumulando os valores dos fluxos utilizando os registradores de quantidade de fluxo (**g** **Nj**). A representação gráfica desse fluxo de caixa descontado está a seguir.



A sequência de teclas a seguir ilustra como os dados desse exemplo são fornecidos para a calculadora.

Introduza	Pressione	Visor	Comentários
	f CLR (REG)	0,00	
	f CLR (FIN)	0,00	
10873	(ENTER)	10.873,00	
2500	(-)	8.373,00	primeiro fluxo
	(CHS) (g) (CF0)	- 8.373,00	primeiro fluxo em R0
750	(g) (CFj)	750,00	segundo fluxo em R1
2	(g) (Nj)	2,00	ocorrências do segundo fluxo em N1
2050	(g) (CFj)	2.050,00	terceiro fluxo em R2; como não há repetições, segue com o próximo fluxo
750	(g) (CFj)	750,00	quarto fluxo em R3
2	(g) (Nj)	2,00	# de ocorrências do quarto fluxo em N3
2050	(g) (CFj)	2.050,00	quinto fluxo em R4
0	(g) (CFj)	0,00	sexto fluxo em R5
2	(g) (Nj)	2,00	# de ocorrências do sexto fluxo em N5
1300	(g) (CFj)	1.300,00	sétimo fluxo em R6
0	(g) (CFj)	0,00	oitavo fluxo em R7
2	(g) (Nj)	2,00	# de ocorrências do oitavo fluxo em N7
1300	(g) (CFj)	1.300,00	nono fluxo em R8
	f (IRR)	2,71179	Espere por alguns segundos
		2,71	IRR: 2,71 %

O conteúdo dos registradores pode ser conferido da seguinte forma:

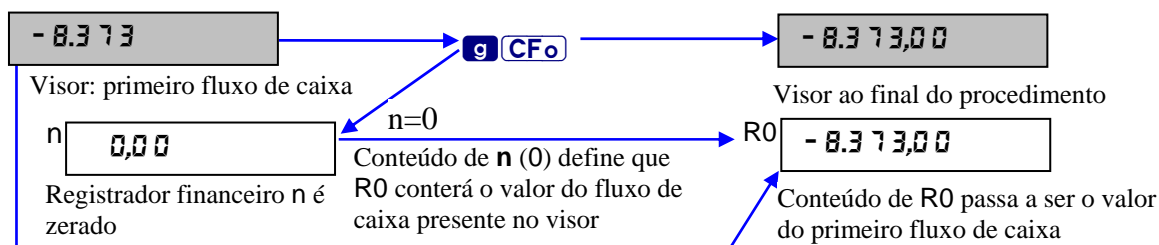


Pressione	Visor	Conteúdo
RCL 0	- 8.373,00	CF0
RCL 1	750,00	CF1
RCL 2	2.050,00	CF2
RCL 3	750,00	CF3
RCL 4	2.050,00	CF4
RCL 5	0,00	CF5
RCL 6	1.300,00	CF6
RCL 7	0,00	CF7
RCL 8	1.300,00	CF8

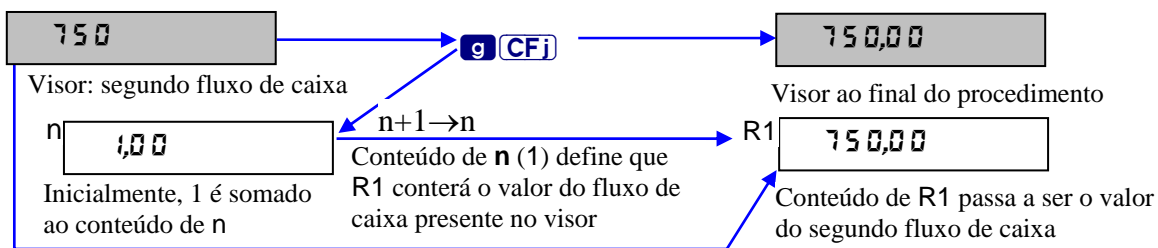
Se numerarmos os fluxos a partir de zero, a relação entre o número do fluxo e o registrador onde ele se encontra é direta. Para verificar o conteúdo dos registradores # Fluxo temos que entender um pouco mais de como eles são armazenados.

2.8.1 A mecânica do Armazenamento dos Fluxos de Caixa

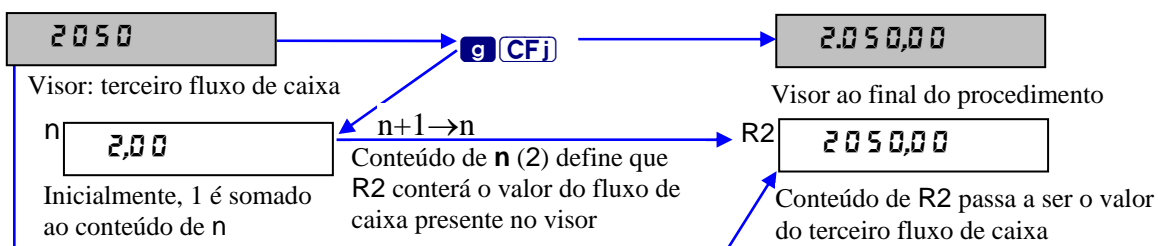
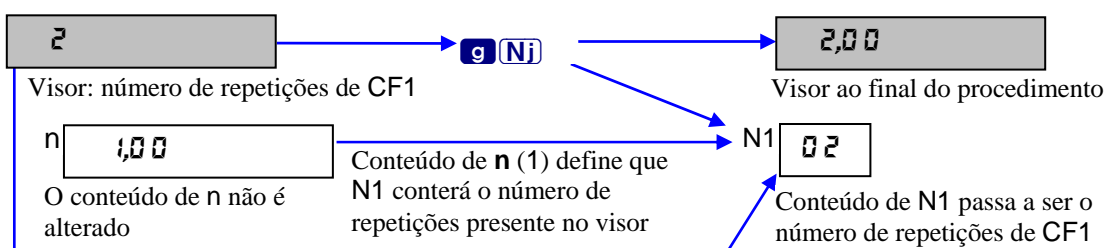
Ao iniciar a introdução dos valores do fluxo de caixa descontado através das sequências **g** **CFo**, **g** **CFj** e **g** **Nj**, um registrador financeiro em particular é utilizado diretamente: o registrador **n**. Através dele, a HP12C controla (e permite o controle sobre) onde está sendo armazenado o fluxo de caixa. Observe o que acontece quando utilizamos as sequências **g** **CFo**, **g** **CFj** e **g** **Nj**:



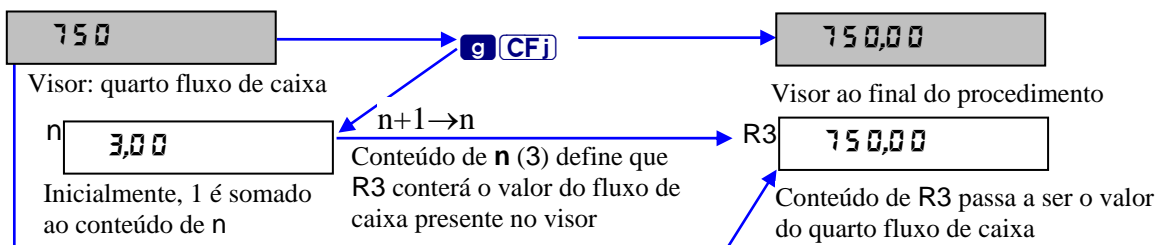
No segundo fluxo de caixa, temos:



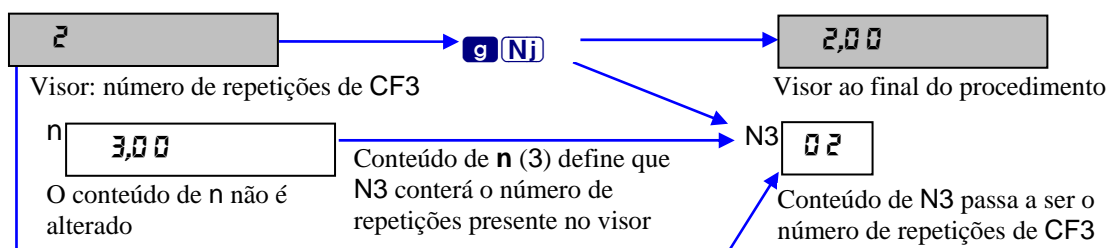
A cada execução subsequente de **g CFj** o conteúdo de n será aumentado de uma unidade e o valor resultante é utilizado para indicar o número do registrador que irá conter o fluxo de caixa atual. Se o fluxo atual tiver repetições e **g Nj** for executado, temos:



Como não há repetições para esse fluxo de caixa, o próximo valor é fornecido:



Esse fluxo se repete duas vezes; então, temos:



Esse mecanismo pode ser aplicado no entendimento das operações relativas a todos os fluxos de caixa subsequentes. Para resumir os procedimentos acima, observe a tabela a seguir:

Teclas	Ações
g CFo	1- Registrador n é zerado; 2- Conteúdo do visor é armazenado em R0; 3- Visor apresenta valor digitado.
g CFj	1- Conteúdo de n é incrementado de uma unidade; (o conteúdo de n é valor j); 2- Conteúdo do visor é armazenado em Rj; 3- Visor apresenta valor digitado.
g Nj	1- Conteúdo de n é mantido inalterado; 2- Conteúdo do visor é armazenado em Nj; 3- Visor apresenta valor digitado;

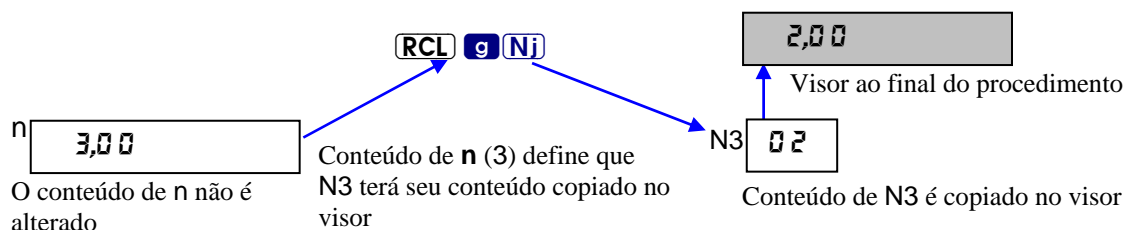
2.8.2 Visualizando os fluxos e o conteúdo de # Fluxo: **RCL** **g** **CFj** e **RCL** **g** **Nj**

O conteúdo dos registradores do bloco #Fluxo pode ser visualizado através do procedimento apresentado graficamente a seguir. Inicialmente, o conteúdo do registrador financeiro n deverá conter o número do fluxo que se quer consultar (por exemplo, 2). Esse valor pode ser facilmente atualizado através da sequência **2** **STO** **n**.

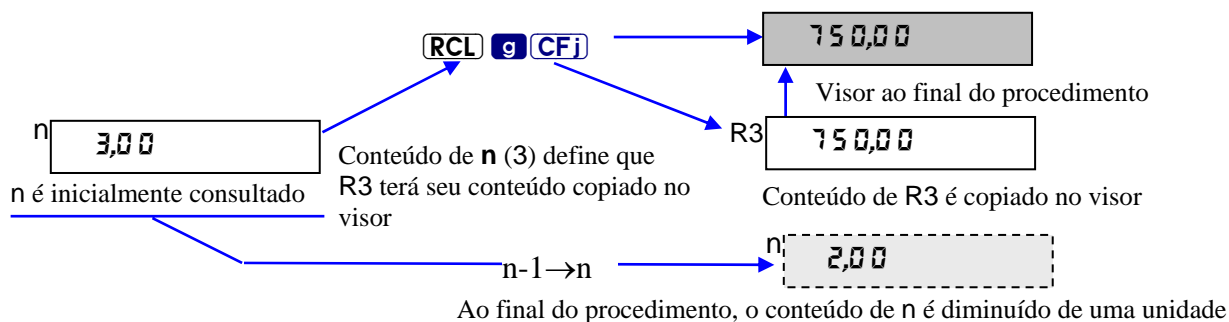
Feita a verificação, o valor de n deverá ser restaurado. Ele deverá conter o número do último registrador ocupado pelos fluxos de caixa armazenados, ou seja, **n** deverá conter o número de fluxos armazenados menos 1. Se esse valor não for restaurado, a HP12C considerará o valor atual. Nesse exemplo, se deixarmos o valor 2 em n, o cálculo do fluxo de caixa levará em conta somente os três primeiros fluxos armazenados.



Para uma verificação completa do conteúdo dos fluxos de caixa armazenados, pode-se utilizar as sequências **RCL** **g** **Nj** e **RCL** **g** **CFj** simultaneamente. Veja a seguir.



Faça uma verificação completa do conteúdo dos fluxos de caixa e suas ocorrências utilizando o seguinte procedimento: (repeita os dois últimos passos até ler o primeiro fluxo. Nesse ponto, restaure o valor de n)



Introduza	Pressione	Visor
# de fluxos	STO n	# de fluxos
	RCL g Nj	# de ocorrências do último fluxo
	RCL g CFj	Valor do último fluxo

	RCL g CFj	Valor do primeiro fluxo
# de fluxos	STO n	# de fluxos (restaurado)

2.8.3 Disponibilidade de Registradores Numerados: **g** **MEM**

Os registradores numerados de R7 a R.9 podem ser convertidos em passos de programa, e cada registrador de memória convertido representa um fluxo de caixa a menos. Como os registradores R0 a R6 nunca são convertidos, é sempre possível trabalhar-se com até oito fluxos de caixa: CF0 em R0, CF1 a CF6 nos registradores de R1 a R6, e CF7 em FV.



g **MEM** permite que o consultar a condição atual dos registradores da HP12C. A sequência **g** **MEM** causará a apresentação de uma informação específica no visor do tipo:



P - 08 r - 20

Essa informação (default da HP12C) se refere a:

- **número de passos do programa** atualmente armazenado. **P - 08** significa que existe um programa na memória da calculadora com 8 linhas
- **número de registradores** disponíveis para armazenamento numérico. No exemplo, **r - 20** significa que **vinte registradores** estão disponíveis, ou seja, de R0 a R.9.
- o valor apresentado em **r - 20** é exatamente igual ao número de fluxos de caixa que podem ser armazenados nos registradores numerados. Como o registrador FV poderá ser utilizado para armazenar o último fluxo de caixa depois do último registrador disponível, a quantidade máxima de fluxos é sempre uma unidade acima desse valor (máximo de 21)

Por exemplo, se pressionamos **g** **MEM** e obtemos a seguinte informação, temos:



P - 43 r - 15

- existe um programa na memória e ele ocupa 43 linhas (passos)
- existem quinze registradores disponíveis, de R0 a R.4, e pode-se trabalhar com até 16 fluxos de caixa.



3 Cálculos Estatísticos na HP12C

A análise estatística na HP12C utiliza informações acumuladas e armazenadas na memória a partir de um grupo de dados pré definido pelo usuário. Esses dados deverão estar organizados em um ou dois grupos de números representando dados simples ou pares ordenados. A HP12C tem capacidade operacional para trabalhar com dados estatísticos a uma ou duas variáveis e oferece diversas funções, conforme a descrição das sequências de teclas a seguir.

Tecla	Significado
$\Sigma+$	acumula nos registradores estatísticos os dados introduzidos
$\text{g} \Sigma-$	remove os dados introduzidos dos registradores estatísticos
$\text{g} \bar{x}$	calcula e apresenta as médias relativas aos eixos x (visor) e y (utilizar $\bar{x} \bar{y}$)
$\text{g} S$	calcula e apresenta o desvio padrão relativo aos eixos x (visor) e y (utilizar $\bar{x} \bar{y}$)
$\text{g} \hat{x}.r$	permite a previsão de um valor em x dado o valor em y conforme coeficientes da curva $y=f(x)$
$\text{g} \hat{y}.r$	permite a previsão de um valor em y dado o valor em x conforme coeficientes da curva $y=f(x)$
$\text{g} n!$	permite o cálculo do fatorial do valor no visor
$\text{g} \bar{x} w$	calcula e apresenta a média ponderada relativa à amostra presente nos registradores estatísticos

3.1.1 Compendo os dados estatísticos: $\Sigma+$

O processo de armazenamento de análise dos dados estatísticos na HP12C pode ser efetuado seguindo-se o seguinte procedimento:

1. $\text{f CLR} \Sigma$ para se iniciar um novo estudo e apagar os dados anteriores dos registradores estatísticos;
2. para duas variáveis, fornecer: valor de y, ENTER , valor de x;
para uma única variável, fornecer o valor de x;
3. $\Sigma+$ para acumular o dado fornecido nos registradores estatísticos
 $\text{g} \Sigma-$ se o dado introduzido é para ser removido dos registradores estatísticos



- repetir os passos 2 e 3 até o último dado disponível
- selecionar o cálculo desejado a ser efetuado sobre os dados nos registradores estatísticos

Os chamados registradores estatísticos são compostos pelo grupo dos registradores R1 a R6 da memória da HP12C (já apresentados). Quando se está utilizando as funções estatísticas da HP12C e as informações foram armazenadas conforme o procedimento acima, esses registradores têm seu conteúdo conforme tabela a seguir: (verifique tabela impressa na parte de trás da HP12C)

Reg.	Conteúdo
R1	número de dados fornecidos (# Σ^+) - # Σ^-)
R2	Σx - Somatório dos valores no eixo x
R3	Σx^2 - Somatório dos valores ao quadrado no eixo x
R4	Σy - Somatório dos valores no eixo y
R5	Σy^2 - Somatório dos valores ao quadrado no eixo y
R6	Σxy - Somatório do produto dos valores nos eixos x e y

O exemplo a seguir mostra como os dados estatísticos são fornecidos na HP12C, além de fornecer uma análise mais profunda sobre as implicações consequentes da introdução de dados errados: como corrigir, quando corrigir e quando não corrigir.

Exemplo 1) A seguinte amostra com três pares de valores estabelece uma relação de crescimento volumétrico de uma colônia de lactobacilos em uma fábrica de laticínios, para que se possa projetar a produção mensal de um produto. A amostra a seguir foi fornecida para análise estatística e é solicitada a previsão de crescimento volumétrico em 60 dias.

# dias (x)	crescimento volumétrico em m^3 (y)
19	$1,2 \times 10^{-4}$
22	$1,7 \times 10^{-4}$
31	$2,2 \times 10^{-4}$

Começamos o nosso estudo limpando o conteúdo dos registradores estatísticos com a sequência $f CLR \Sigma$. Com os registradores limpos podemos iniciar a introdução dos dados na calculadora.



Introduza	Pressione	Visor
	f CLR Σ	0,00
1.2×10^{-4}	ENTER	0,000 1
19	$\Sigma+$	1,00
1.7×10^{-4}	ENTER	0,0002
22	$\Sigma+$	2,00
2.2×10^{-4}	ENTER	0,0002
31	$\Sigma+$	3,00

Vamos "espiar" o conteúdo dos registradores estatísticos?






Pressione	Visor	Conteúdo
RCL 1	3,00	n
RCL 2	72,00	Σx
RCL 3	1.806,00	Σx^2
RCL 4	0,00 1	Σy
f PREFIX	5 1000000000	mantissa de Σy
RCL 5	0,000000 1	Σy^2
f PREFIX	9 1700000000	mantissa de Σy^2
RCL 6	0,0 1	Σxy
f PREFIX	1284000000	mantissa de Σxy

Para esse tipo de informação, o formato científico poderá ser mais adequado. Mantendo-se os dados anteriores (o visor contém o valor de Σxy), temos:

Pressione	Visor	Conteúdo
f \square	1,284000 - 02	Σxy
RCL 4	5,100000 - 04	Σy
RCL 5	9,170000 - 08	Σy^2
RCL 6	1,284000 - 02	Σxy
f 2	0,0 1	Σxy






3.2 Corrigindo erros:










O conteúdo de todos os registradores estatísticos é atualizado a cada vez que  (ou  ) é pressionada. A sequência   em particular é responsável pela eventual correção de pares fornecidos com erro ou que devem simplesmente ser removidos da amostra. Entretanto, poderá haver situações em que a remoção desses dados não permita a continuidade dos cálculos.

O maior cuidado que se deve ter na remoção de dados errados nos registradores estatísticos é ter certeza do valor do dado errado. Se sabemos que houve um dado digitado erradamente mas não sabemos exatamente o seu valor, a melhor solução é digitar todos os dados novamente.

Vamos reintroduzir os dados do exemplo anterior e forçar a ocorrência de um erro.

# dias (x)	crescimento volumétrico em mm ³ (y)
19	1,2 x 10 ⁻⁴
22	1,7 x 10 ⁻⁴
31	2,2 x 10 ⁻⁴

Começamos o nosso estudo limpando o conteúdo dos registradores estatísticos com a sequência   .

Introduza	Pressione	Visor
	  	0,00
1.2 x 10 ⁻⁴		0,000 1
19		1,00
1.7 x 10 ⁻⁴		17.000,00
22		2,00
2.2 x 10 ⁻⁴		0,000 2
31		3,00

O valor equivalente à segunda amostra foi introduzido com o expoente com sinal positivo. Vamos conferir o conteúdo dos registradores estatísticos e verificar qual a extensão que o erro causou nos dados.

Pressione	Visor	Conteúdo
RCL (1)	3,00	n
RCL (2)	72,00	Σx
RCL (3)	1.806,00	Σx^2
RCL (4)	17.000,00	Σy
f PREFIX	17000000034	mantissa de Σy
RCL (5)	289.000.000,0	Σy^2
f PREFIX	28900000000	mantissa de Σy^2
RCL (6)	374.000,01	Σxy
f PREFIX	37400000091	mantissa de Σxy

Vamos tentar reverter o processo e remover o par errado da amostra e, então, verificar se houve perda significativa da informação original.

Introduza	Pressione	Visor
1.7×10^4	ENTER	17.000,00
22	g Σ^-	2,00

Verificando os dados, temos:

Pressione	Visor	Conteúdo
f \cdot	2,0000000000	n
RCL (4)	3,4000000-04	Σy
RCL (5)	0,0000000000	Σy^2
RCL (6)	9,1000000-03	Σxy
f (2)	0,01	Σxy

Agora retornamos o valor original e verificamos novamente o conteúdo dos registradores estatísticos.

Introduza	Pressione	Visor
-----------	-----------	-------



1.7×10^{-4}	ENTER	0.0001
22	Σ+	3.00

Verificando novamente os dados, temos:

Pressione	Visor	Conteúdo
f ◦	3.000000 0 0	n
RCL (4)	5.100000 - 0 4	Σy
RCL (5)	2.890000 - 0 8	Σy^2
RCL (6)	1.284000 - 0 2	Σxy
f (2)	0.0 1	Σxy

O valor do registrador R5 (Σy^2) está alterado e não pode ser recuperado. A magnitude do valor adicionado ao registrador foi muito maior do que a magnitude da informação anteriormente contida, que se perdeu de forma irreversível. Neste caso, a reintrodução dos dados é a única solução.

3.3 Ferramentas para Estatística

As ferramentas para manipulação de dados estatísticos na HP12C permitem a obtenção de informações mais adequadas à análise do que simplesmente os somatórios nos registradores. O exemplo a seguir ilustra esses recursos.

1) A produção (em milhares de unidades) e o lucro mensais da empresa de componentes mecânicos para colheitadeiras S.M.H. no ano de 2001 está representada na tabela abaixo. Os dados relativos ao lucro dos meses de Abril e Setembro estavam inconsistentes e foram removidos. José de Lima fará uma análise desses dados e irá recompor as duas falhas, além de apresentar um relatório do desempenho da produção com a média e o desvio padrão dos dados, e a projeção da produção para o primeiro bimestre de 2002.



Mês	# Produção	Lucro %	Mês	# Produção	Lucro %
Janeiro	2,090	7,5	Julho	2,820	9,3
Fevereiro	2,206	7,6	Agosto	3,007	9,6
Março	2,280	7,9	Setembro	5,280	9,9
Abril	390	8,2	Outubro	3,510	10,2
Mai	2,509	8,7	Novembro	3,787	10,5
Junho	2,632	9,1	Dezembro	4,138	11,2

Solução:

Introduza	Pressione	Visor
	f CLR Σ	0,00
1	ENTER	1,00
2090	$\Sigma+$	1,00

Conteúdo dos registradores estatísticos após a introdução do primeiro par:

Pressione	Visor	Conteúdo
RCL 1	1,00	n
RCL 2	2090,00	Σx
RCL 3	4.368.100,00	Σx^2
RCL 4	1,00	Σy
RCL 5	1,00	Σy^2
RCL 6	2090,00	Σxy

Próximos dados.

Introduza	Pressione	Visor
2	ENTER	2,00
2206	$\Sigma+$	2,00

Conteúdo dos registradores estatísticos?



Pressione	Visor	Conteúdo
RCL (1)	2,00	n
RCL (2)	4.296,00	Σx
...		
RCL (6)	6.502,00	Σxy

Um erro de digitação é simulado para se utilizar **g** **LSTx** para correção.

Introduza	Pressione	Visor
3	ENTER	3.00
2208	$\Sigma+$	3.00

O valor correto para Março é 2280, e não 2208, como apresentado na tabela. O procedimento de correção a seguir é válido somente se nenhuma tecla for pressionada após a introdução errada.

Introduza	Pressione	Visor
	g LSTx	2.208.00
	g $\Sigma-$	2.00
2280	$\Sigma+$	3.00

É muito importante frisar que o método simplificado de correção apresentado aqui só é válido quando o erro é detectado imediatamente após sua ocorrência. Continuamos com a introdução dos dados, inclusive o referente ao mês de Abril, para demonstrarmos correção de erro.

Introduza	Pressione	Visor
4	ENTER	4.00
390	$\Sigma+$	4.00
5	ENTER	5.00
2509	$\Sigma+$	5.00
6	ENTER	6.00



2632	$\Sigma+$	6.00
------	-----------	------

Os dados do mês de Setembro estão inconsistentes, como os do mês de Abril, mas dessa vez não iremos corrigir. Fornecemos os dados restantes (abaixo está só o último) e verificamos o conteúdo dos registradores estatísticos:

Introduza	Pressione	Visor
12	ENTER	12,00
4138	$\Sigma+$	11,00
	$\text{RCL } \textcircled{1}$	11,00
	$\text{RCL } \textcircled{2}$	29.369,00
	$\text{RCL } \textcircled{3}$	88.586.503,00
	$\text{RCL } \textcircled{4}$	69,00
	$\text{RCL } \textcircled{5}$	56,00
	$\text{RCL } \textcircled{6}$	2 13.448,00

Após confirmar que o mês de Abril contém informação inconsistente, vamos removê-la. Nesse caso, os dados mantêm a validade, pois a informação errada não tem magnitude diferente da magnitude dos dados da amostra. Para remover a informação, temos:

Introduza	Pressione	Visor
4	ENTER	4.00
390	$\text{g } \Sigma-$	10.00

Agora podemos conferir o conteúdo final da amostra:

Pressione	Visor	Conteúdo
$\text{RCL } \textcircled{1}$	10,00	n
$\text{RCL } \textcircled{2}$	28.979,00	Σx
$\text{RCL } \textcircled{3}$	88.434.403,00	Σx^2
$\text{RCL } \textcircled{4}$	65,00	Σy
$\text{RCL } \textcircled{5}$	553,00	Σy^2



RCL 6	2 1 1.888,00	Σxy
-------	--------------	-------------

3.3.1 Média: $\mathbf{g} \bar{x}$

O valor obtido pelo cálculo da média expressa exatamente o valor médio de cada variável, a média aritmética dos valores digitados. O cálculo da média para x e y é feito pelas seguintes expressões:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} \qquad \bar{y} = \frac{\sum y}{n}$$

Antes de obter o resultado automático através da sequência $\mathbf{g} \bar{x}$, vamos obter as médias utilizando diretamente o conteúdo dos registradores estatísticos R1, R2 e R4.

Introduza	Pressione	Visor
	RCL 2	28.979.00
	RCL 1	10.00
	\div	2.897.90

Este é o valor de \bar{x} (média para x). Para obter \bar{y} , o cálculo é repetido com o conteúdo de R4. Observe a seguir:

Introduza	Pressione	Visor
	RCL 4	65.00
	RCL 1	10.00
	\div	6.50

Então, temos:

$$\bar{x} = 2.888,90$$

$$\bar{y} = 6,50$$



Esses dois valores podem ser calculados com uma única sequência de teclas: **g** \bar{x} . O valor \bar{x} é apresentado no visor e pressionando-se \bar{y} teremos \bar{y} .

Pressione	Visor	Conteúdo
g \bar{x}	2.897.90	\bar{x}
\bar{y}	6.50	\bar{y}

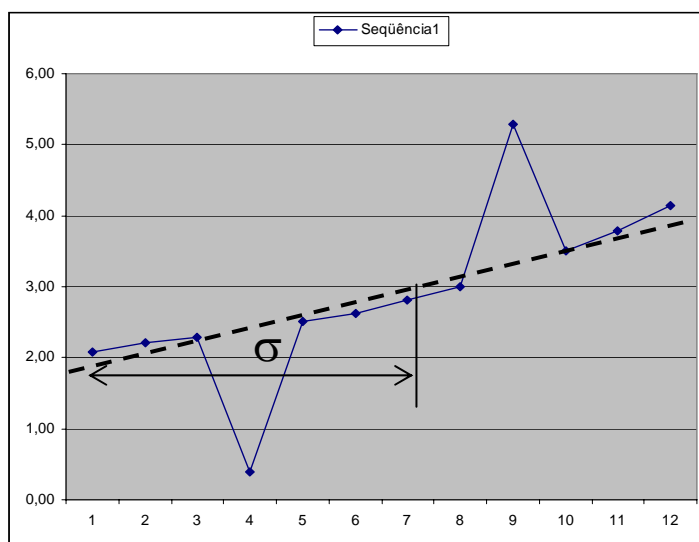
3.3.2 Desvio Padrão: **g** σ

Observe o gráfico a seguir. Percebe-se rapidamente que os valores para os meses 4 (Abril) e 9 (Setembro) estão deslocados em relação à reta tracejada que foi acrescentada ao gráfico (uma aproximação que melhor se adequa aos pontos). Essa reta é calculada com base nos valores médios, sendo desconsiderados os valores para Abril e Setembro.

O desvio padrão (Standard Deviation) é uma ferramenta para verificar o grau de dispersão dos dados em relação à média. No gráfico, o segmento representado pelo símbolo σ é denominado variância (em x) e mede a distância entre o eixo vertical e um ponto específico da amostra. O desvio padrão é a raiz quadrada de σ . As expressões para o desvio padrão em x e y são:

$$Sx = \sqrt{\frac{n \sum x^2 - (\sum x)^2}{n(n-1)}}$$

$$Sy = \sqrt{\frac{n \sum y^2 - (\sum y)^2}{n(n-1)}}$$



No nosso exemplo, podemos ir imediatamente ao resultado ou executar o cálculo com os registradores para conferir. Vamos apresentar o resultado obtido



diretamente pela sequência **g** **S**. Fica como exercício efetuar os cálculos manualmente na HP12C e conferir. Assim:

Pressione	Visor	Conteúdo
g S	703.65	Sx
f PREFIX	7036538685	mantissa de Sx
x z y	3.81	Sy
f PREFIX	3807886553	mantissa de Sy

A interpretação dos resultados é a seguinte: a dispersão dos valores na amostra em relação a y é de 703,65 e em relação a x é de 3,81.

3.3.3 Estimativas Lineares: **g** **x̂.r** e **g** **ŷ.r**

Após a introdução dos dados e análise dos resultados obtidos na amostra podemos utilizar essas informações para a predição ou linearização da amostra. A reta tracejada no gráfico da amostra tem uma expressão matemática associada do tipo:

$$y = f(x) \quad \text{ou ainda} \quad y = ax + b$$

onde:

y = valor no eixo vertical ou variável dependente

x = valor no eixo horizontal ou variável independente

a = coeficiente angular ou inclinação da reta

b = coeficiente linear ou ponto de intercepção com o eixo y

Os valores de a e b são obtidos pelas expressões:

$$a = \bar{y} - b\bar{x} \quad b = \left(\sum xy - \frac{\sum x \sum y}{n} \right) / \left(\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} \right)$$

Utilizando a expressão acima, a HP12C permite que um valor em y seja calculado a partir de um valor em x e vice-versa. Esse cálculo é denominado cálculo



de estimativa linear e pode ser efetuado utilizando-se as seguintes sequências de teclas:

Tecla	Significado
	fornecido um valor para y, projeta x e calcula o coeficiente de correlação r (tecla)
	fornecido um valor para x, projeta y e calcula o coeficiente de correlação r (tecla)

O valor de r (coeficiente de correlação) expressa o quão próximos do segmento de reta que representa a média dos valores estão os pontos da amostra totalizada na calculadora. A cada estimativa solicitada, r é devolvido para consulta; se os dados da amostra não forem alterados, r terá sempre o mesmo valor. A expressão para obtenção de r é:

$$r = \left[\sum xy - \frac{\sum x \sum y}{n} \right] / \sqrt{\left[\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} \right] \left[\sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n} \right]}$$

Se r for próximo de -1 ou +1, a amostra se ajusta bem a essa reta. Porém, quanto mais próximo de zero estiver o coeficiente de correlação (r), mais afastados da reta estarão os pontos. Vamos calcular os valores projetados para os meses de Abril e Setembro e verificar o coeficiente de correlação.

Introduza	Pressione	Visor
4		2.424.333
		0.98
		9755 169308
9		3.371.47
		0.98
		9755 169308

Com essas informações podemos restaurar a tabela fornecida nos meses de Abril e Novembro, que tiveram sua produção estimada pelas funções de estimativa linear da HP12C. A tabela ficará com os valores finais apresentados a seguir.

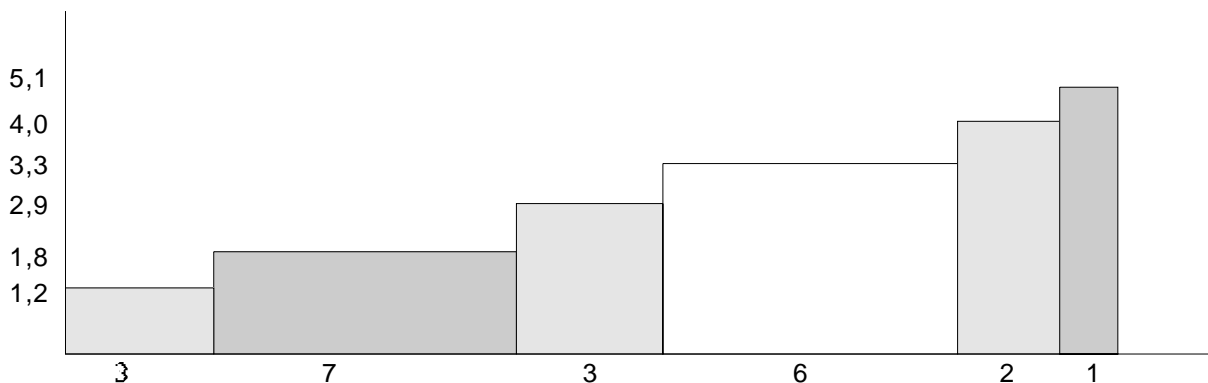


Mês	# Produção	Lucro %	Mês	# Produção	Lucro %
Janeiro	2.090	7,5	Julho	2.820	9,3
Fevereiro	2.206	7,6	Agosto	3.007	9,6
Março	2.280	7,9	Setembro	3.371	9,9
Abril	2.424	8,2	Outubro	3.510	10,2
Maio	2.509	8,7	Novembro	3.787	10,5
Junho	2.632	9,1	Dezembro	4.138	11,2

3.3.4 Média Ponderada: \bar{x}_w

O cálculo da média ponderada nos dá um valor relativo à média da amostra conforme as ocorrências de cada valor dessa amostra. Observe o exemplo a seguir.

1) O gráfico a seguir nos mostra a relação entre o número de meses (x) onde ocorreram os índices pluviométricos em cm (y). Obter a média pluviométrica relativa ao período observado de 22 meses.



Vamos iniciar uma nova amostra estatística e fornecer esses dados.

Introduza	Pressione	Visor
	$f CLR \Sigma$	0.00
5.1	ENTER	5.10
1	$\Sigma+$	1.00
4	ENTER	4.00
2	$\Sigma+$	2.00
3.3	ENTER	3.30



6	$\Sigma+$	3.00
2.9	ENTER	2.90
3	$\Sigma+$	4.00
1.8	ENTER	1.80
7	$\Sigma+$	5.00
1.2	ENTER	1.20
3	$\Sigma+$	6.00

Para termos uma comparação, vamos inicialmente calcular as médias com o mesmo procedimento adotado anteriormente.

Pressione	Visor	Comentário
\mathbf{g} \bar{x}	3.67	\bar{x}
$\bar{x}\bar{y}$	3.05	\bar{y}

Como já foi visto, esses valores correspondem às médias aritméticas de cada eixo, e não têm significado na análise proposta. Na verdade, observa-se que dois valores ocorreram em maior frequência na amostra: 3,3 cm e 1,8 cm. Esses valores terão maior representação na média ponderada, enquanto 5,1 cm tem pouca participação, pois ocorreu somente uma vez. Concluimos que o cálculo da média aritmética simples não nos dá o valor adequado nessa situação, pois ele está acima de 3,3. Aqui utiliza-se a média ponderada, que é obtida pela expressão:

$$\bar{x}_w = \frac{\sum \omega x}{\sum \omega}$$

Assim, para obtermos um valor mais representativo da média pluviométrica com os mesmos valores já introduzidos, basta utilizar a sequência \mathbf{g} $\bar{x}\mathbf{w}$:

Pressione	Visor	Conteúdo
\mathbf{g} $\bar{x}\mathbf{w}$	2.63	\bar{x}_w
\mathbf{f} PREFIX	2627272727	mantissa de \bar{x}_w



Esse resultado mostra que, a partir da diferença entre os valores da média ponderada ($\bar{x}_w = 2,63$) e da média simples ($\bar{x} = 3,67$), o mais próximo do valor solicitado é o obtido pela média ponderada.